ALGEBRAE COMPENDIOSA FACILISQUE DESCRIPTIO, QUA DEPROMUNTUR…

Iohann Scheubel

ALGEBRAE COMPENDIOSA FACILI'SQVE DESCRIptio, qua depromuntur magna Arithmetices miracula.

Authore Ioanne Scheubelio Mathematicarum professore in academia Tubingensi.



PARISIIS,

Apud Gulielmum Cauellat, in Pingui Gallina, ex aduerso Collegii Cameracensis.

1551.

CVM PRIVILEGIO.

TYPOGRAPHVS LECTORI.

CVm viderem (amice Lector) Algebram à permultis propter artis præſtantiam commendari, à nimium paucis intelligi propter obſcuram eius deſcriptionem: Rogaui quorundam ſententiam de libello Scheubelij, qui titulo breuem Algebræ deſcriptionẽ pollicebatur. Quam cùm intelligerem non ſolùm breuem, ſed etiam facilem, non ſum paſſus vt eo libro tam vtili ac expetito diu careres. Hunc autem cùm ſeorſim excuſus nõ eſſet, ſeiungere placuit, vt ſumptibus tuis parcerem, & celerius exhiberem. Quod conſilium à te probatum iri confido. Si quis error autem occurrat admiſſus vel relictus à nobis etiam diligenter obſeruantibus, dabis vt ſpero veniam, cùm difficultas exemplorum & characterum multitudo cauſa facilis lapſus videri poſsit. Quòd ſi à te impetrauero, & labor minus grauis, & ſumptus mei mihi leuiores videbuntur, atque adeo ſi fieri poſsit, impetrabo locorum difficiliorum adnotationes quæ tibi poſthac vſui eſſe poſsint. Bene vale.

BREVIS REGVLARVM ALGEBRAE DESCRIPTIO, VNA CVM DEMONSTRATIONIBVS GEOMETRICIS.

AVTHORE IOANNE SCHEVBELIO.

QVVM, vt in absolutis numeris naturali quodã ordine maior sequitur minorem, ita quoque in denominatis proportione aliqua (quorum computationem hoc libro explicare institui) fieri consentaneum sit: primùm ostendam quæ vocabula & signa, & quis ordo talium numerorum, deinde quæ & cuiusmodi sint regulæ Algebræ, rationum valdè artificiosarum, planum facere, ac quoad eius fieri potest, breuissimè & perspicuè docere aggrediar. Porrò harum regularũ inuentionem ascribunt Diophãto Græco scriptori, qui, vt author est Regiomontanus in præfatione Alphragani, libris tredecim eas descripsit, atque vt Latini REI ET CENSVS, sic Arabes regulas illas vocabulo suo appellare solent ALGEBRAS, id quod obiter indicandum erat.

NVMERATIO. CAPVT I.

CHaracteres vocabulorum seu appellationũ, quibus in his regulis numeri naturali quodam ordine proportionis denominantur, sunt, ϑ, ꝛe, ʒ, ce, ʒʒ, ſʒ, ʒce, bſʒ, ʒʒʒ, cce, ʒſʒ, cſʒ, ʒʒce, &c.

Signa præterea, + & —

CHARACTERVM EXPLICATIO.

ϑ. Primus character, habet appellationem numeri, sic, vt cuicunque numero appositus sit, pro simplici is habeatur. Vt 4, apposito charactere ϑ, sic, 4 ϑ, effertur quatuor numeri, hoc est, quatuor vnitates simplices. Ac præterea 13 ϑ, 49 ϑ, 486 ϑ, tredecim, quadraginta nouem, quadringenta & octoginta sex, item cæteri numeri, vnitates simplices significabunt.

℞. *Secundus ordine character, appellationem habet Radicis vel Rei, sic, vt cui numero appositus sit, hac ille appellatione exprimatur. Vt 4 ℞, denotant quatuor radices vel res, Sic 8 ℞, sunt & exprimuntur octo radices.*

ȝ. *Tertius character, appellationem obtinet Census vel Quadrati, sic, vt numerus cui sit ascriptus talis character, hac appellatione appelletur. Vt 4 ȝ, exprimuntur quatuor census vel quadrati. Sic 87 ȝ, sunt octoginta septem census vel quadrati.*

ce. *Quartus character, repraesentat nobis numerũ cubicum, sic, vt numerus hac nota insignitus, cubi appellationem habeat. Vt 4 ce, exprimuntur quatuor cubi. Sic 49 ce, sunt quadraginta nouem cubi. Haud longè secus exprimendos reliquos characteres, si quibus erunt adiuncti numeris, censendum. Quare eorum tantùm appellationibus, quid nimirũ singuli significent, figura quadam repraesentatis, vt deinde aut significatione signorum + & — expressa, quorum nimirum illud, Plus & additionẽ hoc verò, Minus & diminutionẽ significet, quod ad numerationis descriptionem attinet, per hæc quæ hoc loco proponuntur, nunc satis manifestum erit.*

SIGNIFICANT AVTEM CHARACTERES,

ϕ *quidem, Numerum.* ℞, *verò Radicem.*
ȝ, *Quadratum.* ce, *Cubum.*
ȝȝ, *Quadratum de quadrato.* ʃȝ, *Surfolidum.*
ȝce, *Quadratum de cubo, vel contrà, Cubum de quadrato.*
Bʃȝ, *Bissurfolidum significat.*
ȝȝȝ, *Quadratum de quadrati quadrato, vel contrà, Quadratum quadrati de quadrato.*
cce. *Cubum de cubo.*
ȝʃȝ, *Quadratum de surfolido, vel contrà, Surfolidum de quadrato.*
Tʃȝ, *Tersurfolidum.*
ȝȝce, *Quadratum quadrati de cubo, vel contrà, Cubum quadrati de quadrato.*

Quia verò hæ numerorũ appellationes in infinitum sese extendunt, cùm ex multiplicatione (vt quæ semper cõtinuari possit) ipsæ proueniant, ne imponendis nominibus tandẽ infinito nobis faciat negotiũ, per numeros naturalis ordine positos, cùm & ipsi in infinitum crescant, singulas appellationes nominabimus, sic, vt primus character, ϕ, Numeri, Secundus verò, ℞, Radicis nomẽ habeat. Tertius deinde, ȝ, qui cũ ex multiplicatione radicis in se producatur, & primò quidem Prima quantitas, & Pri etiam syllaba nota-

ta, ap-

tu, appelletur. Quartus verò ȼ, *quia ex multiplicatione eiusdem radicis cum quadrato, hoc est, cum prima quantitate, secundò producitur: Se syllaba notata, Secunda quantitas dicitur. Sic character quintus,* ʒʒ, *quia ex multiplicatione radicis cum secunda quantitate tertiò nascitur: Ter syllaba notata, Tertia etiam quantitaas dicitur. Sextus eadem ratione, syllaba Quar: Quarta. Denique reliqui omnes, quo ordine singulatis nascuntur, eo etiam suæ initialis syllabæ numero appellantur.*

TYPVS QVO HAEC QVAE IAM DICTA
sunt, suis figuris ordine depinguntur.

Numerus	Radix	Census vel Quadratus	Cubus	Quadratus de quadrato	Sursolidus	Quadratus de cubo, vel contrà.	Bissursolidus	Quadratus de quadrati quadrato.
ϑ	℞	ʒ	ȼ	ʒʒ	ßʒ	ʒȼ	bßʒ	ʒʒʒ
N.	Ra.	Pri.	Se.	Ter.	Quar.	Quin.	Sex.	Sep.
Numerus	Radix	Prima	Secunda	Tertia	Quarta	Quinta	Sexta	Septima quantitas.

EXEMPLA NVMERATIONVM
proponuntur sic,

$$44\left\{\begin{matrix}\text{ßʒ}\\ \text{quar.}\end{matrix}\right. +11\left\{\begin{matrix}\text{ʒ}\\ \text{pri.}\end{matrix}\right. +31\left\{\begin{matrix}\text{ϑ}\\ \text{N.}\end{matrix}\right. -53\left\{\begin{matrix}\text{℞}\\ \text{ra.}\end{matrix}\right.$$

Exprimitur, vel 44 *sursolidi, plus (id est &) 11 quadrati, plus 31 numeri, minus 53 radices, vel 44 quartæ, plus 11 primæ, plus 31 numeri, minus 53 radices.* Similiter

$$25\left\{\begin{matrix}\text{bßʒ}\\ \text{sex}\end{matrix}\right. +13\left\{\begin{matrix}\text{ßʒ}\\ \text{quar.}\end{matrix}\right. +9\left\{\begin{matrix}\text{ȼ}\\ \text{se.}\end{matrix}\right. -48\left\{\begin{matrix}\text{ʒ}\\ \text{pri.}\end{matrix}\right. -11\left\{\begin{matrix}\text{℞}\\ \text{ra.}\end{matrix}\right.$$

Exprimitur 25 bissursolidi, plus 13 sursolidi, plus 9 cubi, minus 48 quadrati, minus 11 radices. Vel 25 sextæ, plus 13 quartæ, plus 9 secundæ, minus 48 primæ, minus 11 radices.

Proinde harum regularum exempla, cùm eodem modo, quo in communi negociatione aliàs monetarum, mensurarum & ponderum, atque etiam quarumlibet aliarum rerum numeri, enuncientur, his duobus exemplis po-

A. iij

fitis, puto iam facilè omne propositum exēplum exprimi posse, quare de enūciatione iam satis.

ADDITIO. CAPVT II.

In additione scribantur numeri cum suis characteribus & signis, non alter atq; in communi numerorum vel physicalium minutiarum tractatione fieri consueuit, linea deinde sub ordinibus ducta, omnes vnius characteris, seu appellationis numeri in vnum colligantur. Quòd si horum summæ tandem, vnà cum charactere & signo cuiusq; sub linea, eo quo maximè collectæ sint loco, scriptæ fuerint, additio peracta erit.

EXEMPLA.

Ter.		ra.		N
7	+	8	—	5
3	+	9	—	8
10	+	17	—	13

Quar.		N		Pri
7	+	8	—	3
4	+	11	—	5
11	+	19	—	8

Quòd si in vno ordine numerus fuerit, cuius characteris vel appellationis similis in reliquis ordinibus non reperitur, ille cum suo charactere & signo summæ sub linea ascribendus erit. vt,

7 quar. + 8 ra. — 5 N
4 quar. + 9 ter. + 6 ra.
11 quar. + 9 ter. + 14 ra. — 5 N

Item 9 ter.
8 ra.
9 ter. + 8 ra.

Item 4 primis + 9 N
addendæ sunt 3 primæ — 4 ra.
veniunt 7 pri. + 9 N — 4 ra.

Quòd si in signis fuerit aliqua diuersitas, sic quòd numerorū vnius appellationis alter +, alter verò signum — habuerit maioris super minorem numerum excessu per subtractionem cognito, is cum maioris numeri signo & charactere sub linea quemadmodum alia scribatur. vt,

Pri.		ra.
6	—	8
4	+	12
10	+	4

Item

Pri.		ra.
6	+	8
4	—	4
10	+	4

PROBA SEV EXAMEN.

$-\ 2$		$+\ 40$	
	$+\ 2\frac{4}{9}$		$+\ 48$
$+\ 4\frac{4}{9}$		$+\ 8$	
$+\ 2\frac{4}{9}$			$+\ 48$

COMPARATIO VEL EXAMEN OPERATIONIS.

Vt nunc comprobetur rectène an secus in additione operatum sit, necesse erit vt primò præparetur tabula huic negotio deseruiēs, hoc modo. Accipiatur ad placitū numerus, integer vel fractus, eo deinde radicis loco posito, eius, prout quidem exemplorū quæ comprobari debeāt characteres requirunt, singulæ quantitates ordine designentur, atq; notatis tandem his, vnà cum radice posita, tabula vt sequitur parata erit.

TABVLA COMPROBATIONIS.

Radix posita.	Prima,	Secun.	Tertia,	Quarta,	Quinta,	Sexta,	Septi.	Octaua quantitas.
2	4	8	16	22	64	128	256	512
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{243}$	$\frac{1}{729}$	$\frac{1}{2187}$	$\frac{1}{6561}$	$\frac{1}{19683}$
$3\frac{1}{2}$	$12\frac{1}{4}$	$42\frac{7}{8}$	$150\frac{1}{16}$	$525\frac{7}{32}$	$1838\frac{17}{64}$	$6433\frac{119}{128}$	$22518\frac{193}{256}$	$78815\frac{127}{512}$
7	40	343	2401	1687	117649	823543	5764801	40353607

Et quia tabula iam est confecta, exemplorum examen, rectène an secus computatio sit facta, hoc modo cognoscetur. Resoluantur numeri denominati in singulis ordinibus, secundum vnius numeri ex radicibus positis (eius nimirum per quem probatio instituitur) quantitates, in numeros absolutos, sumptis interim & iis in singulis ordinibus, qui propriè numeri, nempe simplices, appellantur. Proinde qui ex additis prouenirunt simplices numeri, in vnum tamen prius collecti, si id collectum, siue totus is numerus, ei qui ex inferiori, hoc est ex summa colligitur, æqualis fuerit: rectè te operatum scias at cōtrà si inæqualis, reiterandam esse omnino operationē ipso errore admoneberis. Atq; in hunc modum, vltimum, quidem per radicē positam 2. quod verò exemplum ipsum præcedit, per $\frac{2}{3}$ comprobatum esse scias.

SEQVITVR EXEMPLVM ALIVD.

	7 *quint.*	$+\ 8$	*ter.*	$-\ 4$		*ra.*	$+\ 8$	N		
	7 *quint.*	$+\ 5$	*quar.*	$-\ 11$	*ter.*	$-\ 11$	*se.*			
14 *quin.*	$+\ 5$ *quar.*	$-\ 3$	*ter.*	$-\ 11$	*se.*	4	*ra.*	$+\ 8$ N		

Probatur hoc exemplum per 2.

Numeri ordinis

Primi 576 *Secundi* 344

Summa 920. *Atq; tot etiam vnitates simplices, vel tantus numerus veniet, vbi summa sub linea posita simili modo resoluta fuerit.*

Idem exemplum probatum per $\frac{2}{3}$ / $3\frac{1}{2}$

$$\left.\begin{array}{l} +\ 6\frac{565}{729} \\ -\ \frac{174}{729} \end{array}\right\}\ +6\frac{391}{729} \qquad \left.\begin{array}{l} 14062\frac{13}{24} \\ 13368\frac{17}{24} \end{array}\right\}\ 27431\frac{1}{4}$$

$$+\ 6\frac{391}{729} \qquad\qquad 27431\frac{1}{4}$$

SVBTRACTIO. CAP. III.

In subtractione id quod subtrahitur, sub eo à quo subtractio fieri debet, ordine scribatur, subducta deinde linea, singularum in subtrahendo appellationum numeri à numeris appellationum similium, eius à quo subtractio fieri debeat, auferantur. Quod si tandem residua, vnà cum cuiusq; charactere & signo, sub linea suo loco posita fuerint, subtractio peracta erit. Hic tamen maximè respectus habeatur signorum + & —, nam per illa quid subtrahendum sit, & quid non, quantum deinde illud sit, de quo subtractio fieri debeat, quantum fuerit initio, & quantum subtractione nunc ei desit, cognoscitur. quæ certè omnia nisi animaduertantur, difficilis erit omnis subtractio. contrà verò, nulla non facilis, si obseruentur.

EXEMPLA.

Pri.		ra.		N		Ter.		ra.
7	+	8	+	14		8	+	7
3	+	5	+	7		5	—	4
4	+	3	+	7		3	+	11

Primum exemplum est facile, secundum autem, quia in eo non 5 tertiæ totæ & integræ sed hæ, quatuor radicibus minus subtrahendæ sunt. postquam igitur 5 tertię integræ à superioribus subtractę fuerint, 4 radices residuo reddendæ erunt. Quo fit, vt 11, & non 3 radices, vltra 3 tertias in residuo conspiciuntur. vt

Ter.		pri		pri		N
14	+	9		19	—	5
9	+	12		14	+	14
5	—	3		5	—	19

In his duobus exemplis superiorum memori nulla difficultas occurret. Nam cùm aliquid totum & integrè subtrahi nō possit, nihilominus id quod maximè potest, de summa est detrahendum: quod reliquum deinde est, per diminutionum signum, —, vt communis apprehenditur notione, in debitū ponendum est, quod ipsum in priori exemplo cognosci potest. In posteriori, cùm 14 exponi debeant, prius verò 8 eiusdem appellationis, de summa exposita sint, 22 iam per signum — notanda erunt.

Pri.		N		Pri.		N
12	—	9		12	—	4
8	—	4		8	—	9
4	—	5		4	+	5

In his duobus exemplis, cùm in vtroq; non 8 quantitates primæ, sed hæ in vno quidem minus 4, in altero verò, minus 9 numeris subtrahendę sint, 8 primis integrè subtractis, residuis tandem id quod plus æquo subtractum est, iure accedere debet. Quare in priori quidem exemplo, loco — 9, cùm 4 accedant, tantùm — 5, in posteriori verò loco — 4, cùm 9 accedant, + 5 N positum est.

ALIVD EXEMPLVM.

A	1056	*primis*	—	695	*secund.*
subtra.	4032	*primæ*	—	1008	*secund.*
manent	312	*secundæ*	—	2976	*pri.*

Proba, sumpto radicis valore

$$\begin{array}{rr} & \overline{2} \\ - & 1344 \\ + & 8064 \\ - & 9408 \end{array}\!\!\left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right\} - 1344 \quad (-1344) \qquad \begin{array}{rr} & \overline{3} \\ - & 9288 \\ + & 9072 \\ - & 18360 \end{array}\!\!\left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right\} - 9288 \quad (-9288)$$

Vel facta subtractione

$$\left.\begin{array}{rr} - & 1344 \\ + & 8064 \end{array}\right\} - 9408 \qquad \left.\begin{array}{rr} - & 9288 \\ + & 9072 \end{array}\right\} - 18350$$

$$-\ 9408 \quad -\ 9408 \quad -\ 18360 \quad -\ 18360$$

Hactenus quæ in signis animaduertenda, ostendimus.

Quod si in vno ordine, vel in eo qui subtrahitur, vel in eo à quo subtrahitur, numerus fuerit, cuius characteri in altero similis nõ reperitur, in subtrahendo quidem numerus ille cum suo charactere, signo tamen opposito, in altero verò ordine, omnia, hoc est, numerus, character & signum, sub linea scribantur.

EXEMPLVM.

A	4	*quar.*	—	5	*rads.*		
subtrahantur	2	*quar.*	+	9	N		
manent	2	*quar.*	—	9	N —	5	*ra.*

ALIA DVO.

8 *pri.* 4 *quar.* + 8 *ra*

4 *ter.* 3 *quar.* — 8 N

8 *pri.* — 4 *ter.* 1 *quar* + 8 *ra.* + 8 N

ALIVD EXEMPLVM.

Sep.	*sex.*	*quin.*	*Ter*	*se.*	*primæ quan.*		
8	+ 9	+ 11	+ 14 *quar.*	— 4	— 8	— 4	
5	+ 12	— 9	+ 10 *ra.*	+ 8	— 4	— 9	— 6 N
3 *sep.*	— 3 *sex.*	+ 20 *qn.*	+ 14 *quar.* — 10 *ra.*	— 12	— 4	+ 5	+ 6 N

PROBAE NVMERVS, AC RADICIS VALOR.

esto 2

+	4268	+	1894
+	2214		
		+	1894

COMPARATIO, VEL EXAMEN OPERATIONIS.

In examine subtractionis vtere tabulam additione à nobis proposita, contrario tamen vsu, nam quod illic additur, hic subtrahitur. Necesse igitur, vt quantum fuerit numerorum subtrahendi, secundum suorum characterũ appellationem resolutione facta, tantundem de alterius ordinis numeris, eodem modo resolutis, subtrahatur. Quod si tandem quod relinquetur residui numeri sub linea solutionis responderit, vt in hoc vltimo præmisso exemplo apparet, non est quod te hallucinatum fuisse subtractione existimes.

Idem vltimum exemplum examinatum, radicis valore existente $3\frac{1}{2}$

Singulorum characterū numeri pro valore radicis positi soluti sunt, in ordine

quidem à quo subtrahitur,		$2\frac{121}{6561}$	—	$\frac{64}{81}$
subtrahendo verò	+	$3\frac{2276}{6561}$	—	$7\frac{17}{81}$
residuo deinde	+	$6\frac{4108}{6561}$	—	$3\frac{400}{729}$

hoc est,

$$-\ \frac{4072}{6561} \qquad +\ 3\frac{60}{6561}$$

$$-\ 3\frac{4718}{6561} \qquad -\ \frac{4072}{6561}$$

$$+\ 3\frac{60}{6561}$$

Potest proba subtiliori etiam modo institui, vt nimirum, qui post illud, quo dicitur, Hoc est, ponuntur, numeris neglectis. Sed per hanc iam satis.

MVLTIPLICATIO. CAP. IIII.

IN multiplicatione scriptis ordinibus, linea itē sub iis ducta, vt solet multiplicentur numeri singulorum characterum superioris, cùm singulis characterum numeris ordinis inferioris, atq; productis post hac singulis legitimè in vnum collectis, si cuiq; producto tandem suus proprius character & signum, quæ sic multiplicando sortiuntur numeri, adscripta sint, multiplicatio peracta erit. In hac autem numerorum collectione animaduertendum est, qualem characterem, quale item signū, quilibet productus numerus sortiatur. Quantum igitur ad characterem pertinet, hoc est, vt sciatur, qui character sit ascribendus procreato ex multiplicatione numero, ex hac subiecta tabula intelligi poterit.

TABVLA MVLTIPLICATIONIS, QVANTVM ad characteres.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
N	Ra.	Pri.	Secū.	Ter.	Quar.	Quin.	Sex.	Sep.	Octa.	No.	De.

cima & ca. quanti.

COMPOSITIO TABVLAE.

Scribantur characteres singuli ordine quo ipsi proueniunt & numeran-

tur, sic, vt character N, primus, locum primum, Radix verò character secũdus, secundum: reliqui deinde omnes naturali ordine sua loca occupent. Super primo deinde charactere, N scilicet, figura nihili o posita, reliquis omnibus naturali numerorum ordine, ab vnitate incipiendo, signatis, tabula cõfecta erit, cuius vsus talis est.

VSVS TABVLAE.

In multiplicatione, duobus duorum characterum numeris inter se multiplicatur, qui super horum numerorum characteribus in præscripta tabula reperiuntur numeri, hi simul aggregati, summa sua characterem producti in tabula ostendent.

Porrò quod ad signa + & — attinet, quale scilicet vnicuiq; producto sit adnotandũ, cõmunis notitia atq; intelligentia, ex sequentium exemplorum descriptione, expeditam nobis & promptam rationem suppeditabit.

SEQVVNTVR EXEMPLA.

8 *pri.*	8 N	9 *se.*	29 *quat.*
4 N	8 N	8 *ra.*	9 *quar.*
32 *pri.*	64 N	72 *ter.*	261 No.

Initium ordinis numerorum semper repræsentare plus admonendus est lector.

ALIA EXEMPLA.

		8	*pri.* +	9 N			8	*pri.*	+	9 N
		7	*pri.* +	4 N			8	*pri.*	+	9 N
		32	*pri.* +	36 N		72		*pri.*	+	81 N
56 *ter.*	+	63	*pri.*		64 *ter.*	+ 72		*pri.*		
56 *ter.*	+	95	*pri.* +	36 N	64 *ter.*	+ 144		*pri.*	+	81 N

In his duobus exemplis nulla est difficultas, in vtroq; enim omnes superiores cum omnibus numeris ordinis inferioris multiplicandi sunt. Quare sicut signum + ad omnes, tam multiplicandi quàm etiam multiplicantis ordinis numeros est positum, ita etiam singuli ex multiplicatione producti numeri ex æquo eodem signo + notẽtur. Hinc regulam colligunt in Algebricis exercitati: Quòd + cum + multiplicatum, + producat: quæ est notanda.

ADHVC ALIA EXEMPLA.

7 *pri.*	+	4 *ra.*
		9 *ra.*
63. *se.*	+	36. *pri.*

ALIA EXEMPLA.

2 pri.	— 4 ra.						9 ra.
	9 ra.				7 pri	—	4 ra.
63 se.	— 36 pri.				63 se.	—	36 pri.

Primum exemplum est facile, cùm in eo tam 7 primæ quantitates quàm 4 radices, cum 9 radicibus multiplicari debeant. Secundi autem, & tertij exemplorum ratio, cùm sit paulò involutior, explicandæ communis quædam (quæ versatur in huiusmodi rebus) notitia esse videtur. In secundo, 7 primæ solidæ ac integræ cum 9 radicibus, in tertio, 9 radices cum 7 itidem integris primis multiplicētur hæ tamen integræ cùm non sint, sed quandam decessionem perpessæ sint privativo signo —, necesse est, vt in multiplicatione tantum decedat, quantum non legitimè accessit, prioris summæ procreatæ ex multiplicatione: atq; hîc quidē, quantū 9 radices cū 4 radicibus: illic verò, 4 radices cū 9 radicibus multiplicatæ producūtur, id quod per signū diminutionis — fieri debet, sic, — 36 pri. — 36 pri. Ex quo ratio intelligi potest, propter quam, si multiplicetur + cum —, vel contrà — cum +: non plus, sed minus producatur. quod & ipsum regulæ quadam proposuerunt in Algebricis exercitati, quæ est notanda.

ALIVD EXEMPLVM.

8 pri. — 9 N		3	8	3
8 pri. — 9 N	cum	3	8	3 produ.
64 ter. — 72 pri.	1 4 6	6	8	9
— 72 pri. + 81 N		Aequ.		
64 ter. — 144 pri. + 81 N	1 4 6	6	8	9

Quomodo 8 primæ cum 8 pri. vt totū cum toto multiplicari debet, item quomodo 8 primæ — 9 N. cum 8 primis, postremò 8 primæ etiam cum 8 primis — 9 N. suprà ostendimus. At verò cùm in hoc exemplo multiplicandi ratio minus sit perspicua, eam explanare obiter hoc loco volui, vt intelligatur scilicet causa etiam, propter quam, signo — notatis numeris, nō minus sed plus procreetur, hoc quod diversum quid, quàm in superioribus hactenus est habitū, esse solet. Multiplicentur igitur 8 primæ — 9 N. vt dictū est, cum 8 primis, & producentur 64 ter, — 72 pri. Sed quia non cum 8 primis integris, verùm cum iis, detractione 9 N. imminutis, multiplicatio institui debet, plus quàm par erat, priore multiplicatione est procreatū: quare vt conveniens producatur numerus, ratione defectus in multiplicante, 8

primæ nonies ex hoc producto subtrahenda erunt. Atqui rursum, cum non 8 primæ, sed hæ minus 9 N. multiplicari debeant, 9 N rursus nonies addendæ sunt. quod tum fit, quando minus multiplicatur per minus (id quod tertiò ratione signorum, + & — in multiplicatione obseruari debet) Quo demum reddito, verus productus numerus apparebit.

Tribus igitur regulis his suprà propositis, omnis multiplicatio, ratione quidem signorum + & — absoluitur: quæ tamen, quia prima & vltima coincidunt, ad duas regulas reduci possunt.

Prima.

Si fuerint eadem signa multiplicantis & multiplicandæ quantitatis, procreatus ex multiplicatione, numerus notatur signo affirmatiuo +.

Secunda.

Si fuerint signa diuersa, notatur productus ex multiplicatione numerus, signo priuatiuo vel negatiuo —.

POTEST ETIAM ALITER HVIVS EXEMPLI

præcedentis multiplicatio institui.

Multiplicentur primò 8 pri. — 9 N cum 8 primis vna, postea etiam cum 9 N altera quantitate. Subtrahatur deinde, per caput præcedens, posterius productum à priori, & relinquetur verus ex multiplicatione productus numerus, vt sequitur.

8 *pri.* — 9 N	8 *pri.* — 9 N
cum 8 *pri.*	*cum* 9 N
64 *ter* — 72 *pri.*	72 *pri.* — 81 N

Productorum subtractio.

64 *ter.* — 72 *pri.*
72 *pri.* — 81 N
64 *ter,* — 144 *pri.* + 81 N

SEQVITVR HVIVS REI EXEMPLVM

in numeris rationalibus.

17 — 6,	*hoc est* 11
cum 9 — 4	*cum* 5

153 — 54
— 68 + 24
153 — 122 + 24

hoc est, 55. *Et tantum etiam sunt* 11. *quinquies,*

vel vndecies quinque, vt quidem multiplicatione patet, quod erat ostendendum.

ALIVD MVLTIPLICATIONIS EXEMPLVM.

9 *pri.* + 8 N — 3 *ra.*
7 *se.* — 4 *ter.* — 8 *pri.*

63 *quar.* + 56 *se.* — 21 *ter.*
— 36 *qui.* — 32 *ter.* + 12 *quar.*
— 72 *ter.* — 64 *pri.* + 24 *se.*

75 *quar.* + 80 *se.* — 36 *qui* — 125 *ter.* — 64 *pri.*

PROBAE NVMERVS AC RADICIS VALOR, *sit* $\frac{1}{3}$

+ 8
— $\frac{55}{81}$ — $5\frac{35}{81}$

— $5\frac{35}{81}$

Potest etiam, cùm iam sciatur, quale signum cuius producto sit ascribendum, multiplicatio ad vulgarem modum sic institui.

9 *pri.* + 8 N — 3 *ra.*
7 *se.* — 4 *ter.* — 8 *pri.*

— 72 *ter.* — 64 *pri.* + 24 *se.*
— 36 *quin.* — 32 *ter.* + 12 *quar.*
63 *quar.* + 56 *se.* — 21 *ter.*

75 *quar.* + 80 *se.* — 36 *quin.* — 125 *ter.* — 64 *pri.*

PROBAE NVMERVS AC RADICIS VALOR, *sit* 2

+ 38
— 40 — 1520

— 1520

PROBATIO VEL EXAMEN *operationis.*

Proba hîc nõ aliter instituitur atq; in superioribus, nempe per resolutionẽ denominatorũ numerorum. Nec à superiori differt, nisi q; hic numerus absolutus vnus cum altero multiplicetur, cũ illic simul additi, vel vnus ab altero subtractus sit. Tabula igitur, quam in additione praescripsimus, huc etiam assumenda erit, & ad multiplicationis resolutionem adhibenda.

DIVISIO, CAPVT V.

SI numeri diuidendi character semper maior esset charactere sui diuisoris, vno etiã charactere diuisor ipse signaretur, simplicissima & facillima esset omnis diuisio. Etenim numero vel numeris diuidẽdi singulis in numerum diuisoris diuisis, characteris deinde diuisoris numero (quo scilicet in multiplicationis tabula signatur) à numero, vel numeris characterum diuidendi singulis subtracto, diuisio vtique peracta esset. Diuisio enim sic per exeuntes ipsos numeros, subtractio verò numerorum, quibus signantur in tabula characteres, vbi residuus, vel residui numeri singuli in tabulam multiplicationis iussi fuerint, horum numerorum denominationes seu characteres offeret.

In signis porrò nulla fit planè mutatio. Quæ enim signa habet ipse diuidendi, illa eadem etiam in exeunte ponuntur.

EXEMPLA SVNT.

Diuidantur 9 ra. (exe. 3 ra   Item 10 se. (exe. $3\frac{1}{3}$ N
in 3 N   in 3 se.

ALIA EXEMPLA.

8 ra. in 9 ra.   Item 10 se. in 3 ra.
exeunt $\frac{8}{9}$ N   exeunt $3\frac{1}{3}$ pri.

ADHVC ALIA.

9 pri. + 4 ra. in 3 ra.   Item 18 ter — 12 pri in 4 ra.
exeunt 3 ra. + $1\frac{1}{3}$ N   exeunt $4\frac{2}{4}$ se. — 3 ra.

Sed quia non rarò cõtingit, quòd diuisoris character maior quàm diuidendi character sit, pluribus etiã characteribus quàm vno, signetur. Alia ratione igitur numerus qui proponitur, diuidendus erit. Nam tum diuisor numerus diuidendo subscribi, ac virgula interponi atq; interduci oportet.

Vt diuidere volens, 8 quar. in 2 pri. — 4 N
Item 8 pri. — 9 ra. in 4 ra. + 3 N

Diuisores suis diuidendis tantum, vt præcipitur, subscribat: ac virgulis deinde intersectis, diuisionem absolutam esse sciat.

EXEMPLA.

Diuidendi	Diuisor		Diuidendi	Diuisor
8 quar.	in 2 pri. — 4 N	Item	8 pri. — 9 ra.	in 4 ra. + 3 N

Exeunt

$$\text{Exiens}\quad \frac{8\ \textit{quar.}}{2\ \textit{pri.} - 4\ N} \qquad\qquad \text{Exiens}\quad \frac{8\ \textit{pri.} - 9\ \textit{ra.}}{4\ \textit{ra.} + 3\ N}$$

ALIA EXEMPLA.

$$9\ N\ \textit{in}\ 3\ \textit{ra.} \quad \textit{exeunt}\ \frac{3\ N}{1\ \textit{ra.}} \qquad\qquad 8\ \textit{ra. in}\ 4\ \textit{pri.} \quad \textit{exeunt}\ \frac{8\ \textit{ra.}}{4\ \textit{pri.}}\ \textit{vel}\ \frac{2\ N}{1\ \textit{ra.}}$$

Afferri autem huc necesse est tabulam, in multiplicatione, pro characteribus productorum habendis, expositam. Nam quemadmodum in multiplicatione, numeri characterum eorum qui inter se multiplicantur, pro characteribus productorum habendis addendi, sic in diuisione iam, vt habeatur character exeuntis vnus, diuisoris scilicet character de numero characteris ipsius diuidendi subtrahi debet. Per residuum enim numerum statim, in tabula illa, exeuntis character manifestabitur: cum is nimirum sit, cui est numerus residuus suprà positus. Et hæc de integris hactenus pro instituto nostro satis nos dixisse opinor.

SEQVVNTVR REGVLAE QVAS OBSERVARI IN FRACTONIBVS OPORTET.

ENVNCIATIO. CAPVT I.

QVantum ad enunciationem fractionũ seu minutiarum, nulla est hîc difficultas, cum hæ non aliter atque in communi minutiarum tractatione enunctientur, nisi quòd etiam vocabula seu characteres suis appellationibus efferantur, & horum quidem primus, si duo fuerint, numeratorem: alter deinde, ipsum denominatorẽ sequatur. Quòd si vnus tantum fuerit minutiæ character, ad minutiæ numeratorem illum pertinere scias. Vt minutia $\frac{3\ N.}{8\ \textit{ra.}}$ *enunciatur, tres numeri diuisi in octo radices. Item* $\frac{7}{9}$ *pri. sunt septem primæ diuisæ in 9. Simili modo alias minutias omnes efferri oportet.*

ADDITIO ET SVBTRACTIO.

Caput II.

PRO additione, addantur fractiones, prout communis earum tractatio requirit. Qui deinde characteres numeratoris & denominatoris collectæ minutiæ sint, ostendet tabula in multiplicatione de integris exposita. Idē usuenit etiam in subtractione, in qua sidem una minutia de alia subtracta, characteres residuæ minutiæ tabula integrorum suprà proposita offeret.

EXEMPLA ADDITIONIS.

15 pri. 16 pri.

$$\frac{3\ N}{4\ ra.} \text{ ad } \frac{4\ ra.}{5\ pri.} \quad \frac{31\ pri.}{20\ se.}$$

Item

15 pri. 14 ra.

$$\frac{5}{6}\ pri. \text{ ad } \frac{7}{8}\ ra. \quad \frac{15\ pri. + 14\ ra.}{18\ N}$$

ALIVD EXEMPLVM.

$$\frac{48\ N}{7\ pri.} \text{ ad } \frac{48\ N}{12\ ra. - 3\ pri.} \text{ ven } \frac{192\ pri. + 576\ ra.}{84\ se. - 21\ ter.}$$

ADHVC ALIVD.

$$\frac{4}{9}\ N \text{ ad } \frac{1}{9}\ pri. \text{ ve. } \frac{1\ pri. + 4\ N}{9}$$

ALIVD.

$$\frac{9\ ra. + 2\ pri.}{36\ se.} \text{ ad } \frac{21\ ter. - 8\ pri.}{36\ se.} \text{ ve. } \frac{21\ ter. + 9\ ra. - 6\ pri.}{36\ se.}$$

Vel in minimis, quantum ad numeros & characteres, veniunt.

$$\frac{7\ se. + 3\ N - 2\ ra.}{12\ pri.}$$

EXEMPLA SVBTRACTIONIS.

16 quar. 31 quar.

$$\frac{4\ ra.}{5\ pri.} \text{ de } \frac{31\ se.}{20\ ter.} \quad \frac{15\ quar.}{20\ quin.}$$

Item

15 pri. 15 pri. + 14 ra.

$$\frac{5}{6}\ pri. \text{ de } \frac{15\ pri. + 14\ ra.}{18\ N} \quad \frac{14\ ra.}{18\ N}$$

Vel in minimas, &c.

$$\frac{3\ \text{N}}{4\ \text{ra.}} \qquad \frac{7}{9}\text{ra.}$$

ALIVD EXEMPLVM.

$$\frac{48\ \text{N}}{12\ \text{ra.} - 3\ \text{pri.}} \ \text{de}\ \frac{232\ \text{ra.} + 576\ \text{N}}{84\ \text{pri.} - 21\ \text{se.}} \ \text{vel de}\ \frac{48\ \text{N}}{7\ \text{pri.}}$$

Sunt duæ subtractiones, manent autem, ratione quidem prioris

$$\frac{6912\ \text{ra.} + 312\ \text{se.} - 2976\ \text{pri.}}{63\ \text{qr.} + 1008\ \text{se.} - 504\ \text{ter.}} \quad \text{poste. verò} \quad \frac{576\ \text{ra.} - 480\ \text{pri.}}{84\ \text{se.} - 21\ \text{ter.}}$$

Vel manet ratione prioris

$$\frac{576\ \text{N} - 104\ \text{ra.}}{84\ \text{pri.} - 21\ \text{se.}} \ \text{quod probari potest.}$$

OPERATIO SVBTRACTIONIS PRIORIS.

$$6912\ \text{ra.} + 312\ \text{se.} - 2976\ \text{pri.}$$

$$4032\ \text{pri.} - 1008\ \text{se.} \qquad 1056\ \text{pri.} + 6912\ \text{ra.} - 696\ \text{se.}$$

$$\frac{48\ \text{N}}{12\ \text{ra.} - 3\ \text{pri.}} \ \text{de}\ \frac{232\ \text{ra.} + 576\ \text{N}}{84\ \text{pri.} - 21\ \text{se.}}$$

$$63\ \text{quar.} + 1008\ \text{se.} - 504\ \text{ter.}$$

Posterioris subtractionis calculus quia est facilis, ideo etiam relinquitur.

ALIVD EXEMPLVM.

$$\frac{8\ \text{pri.} + 4\ \text{ra.}}{9\ \text{se.}} \ \text{de}\ \frac{9\ \text{se.}}{8\ \text{pri.} - 4\ \text{ra.}} \ \text{ma.}\ \frac{81\ \text{quin.} - 64\ \text{ter.} + 16\ \text{pri.}}{72\ \text{quar.} - 36\ \text{ter.}}$$

AD HVC ALIVD.

$$\frac{9\ \text{pri.} + 8\ \text{ra.}}{2\ \text{se.} - 6\ \text{N.}} \ \text{de}\ \frac{11\ \text{se.} + 16\ \text{pri.} + 8\ \text{ra.}}{2\ \text{se.} - 6\ \text{N}} \ \text{ma.}\ \frac{11\ \text{se.} + 7\ \text{pri.}}{2\ \text{se.} - 6\ \text{N}}$$

MVLTIPLICATIO ET DIVISIO.
Caput. III.

PRo multiplicatione, multiplicentur numeri, numeratores scilicet & denominatores, prout in cõmuni tractatione id fieri solet, inter se productorum deinde characteres, quem quisq. sortiatur, dabit tabula superius pro hac re exposita. Idem fit etiã in diuisione, vbi itidem vna minutia in aliam primò, vt moris est, diuisa, numerorum exeuntium characteres ex superioribus petendi erunt.

EXEMPLA MVLTIPLICATIONIS.

$\frac{2\ \text{ra.}}{5\ \text{pri.}}$ *cum* $\frac{8\ \text{N}}{9}$ *Item* $\frac{6\ \text{pri.} + 8\ \text{N}}{9\ \text{ra.}}$ *cum* $\frac{15\ \text{ra.}}{8\ \text{N}}$

produ. $\frac{16\ \text{ra.}}{45\ \text{pri.}}$ *pro.* $\frac{15\ \text{pri.} + 20\ \text{N}}{12\ \text{N}}$

ALIVD EXEMPLVM.

$\frac{7\ \text{se} - 8\ \text{pri.}}{3\ \text{ra.} + 4\ \text{N}}$ *cum* $\frac{4\ \text{ter.} + 5\ \text{ra.}}{7\ \text{se.} - 8\ \text{pri.}}$

producuntur $\frac{4\ \text{ter.} + 5\ \text{ra.}}{3\ \text{ra.} + 4\ \text{N.}}$

ADHVC ALIVD.

$28\ \text{sex} + 35\ \text{ter.} - 32\ \text{quin.} - 40\ \text{se.}$

$\frac{7\ \text{se.} - 8\ \text{pri.}}{3\ \text{ra.} + 4\ \text{N}}$ *de* $\frac{4\ \text{ter.} + 5\ \text{ra.}}{5\ \text{se.} - 8\ \text{pri.}}$

$15\ \text{ter.} - 4\ \text{se.} - 31\ \text{pri.}$

ALIVD.

$\frac{7\ \text{ter.} + 12\ \text{N}}{8\ \text{pri.}}$ *cum* $\frac{7\ \text{ter.} - 12\ \text{N.}}{8\ \text{pri.}}$

produ. $\frac{49\ \text{sep.} - 144\ \text{N}}{64\ \text{ter.}}$

ADHVD ALIA.

$\frac{7\ \text{pri.}}{8\ \text{ter.}}$ *cũ* 4 *ra.* 8 — N. *Item* $\frac{7\ \text{pri.} + 8\ \text{ra.}}{5\ \text{se.} - 12.\text{N}}$ *cum* $\frac{4\ \text{ra.}}{5\ \text{pri.}}$ — 8 N.

produ. $\frac{7\ \text{se.} - 14\ \text{pri.}}{2\ \text{ter.}}$ *pro.* $\frac{32\ \text{pri.} - 280\ \text{ter.} - 292\ \text{se.}}{25\ \text{quar.} - 60\ \text{pri.}}$

Est huius secundæ multiplicationis duplex operatio. Vna quidem, vt ante multiplicationem, — 8 N *in multiplicante, ad eandem cum 4 radicibus reducantur denominationem. Eritque tum multiplicationis huius modus, qui est superiorum exemplorum. Altera verò, vt sicut duæ sunt in multiplicante diuersæ inter se quantitates, sic etiam duæ instituantur multiplicationes. Vna quidem cum* $\frac{4\ \text{ra.}}{5\ \text{pri.}}$ *altera deinde cum* — 8 N, *& quod secũdò producetur, id à priori subtrahatur, & residuum productam ex multiplicatione minutiam manifestabit: id quod quiuis ex communi notitia deprehendere potest:*

EXEMPLA DIVISIONIS.

Diuidan. $\frac{2\ \text{N}}{3\ \text{ra.}}$ *in* $\frac{8\ \text{ra.}}{9\ \text{pri.}}$ *vel cont.* $\frac{8\ \text{ra.}}{9\ \text{pri.}}$ *in* $\frac{2\ \text{N}}{3\ \text{ra.}}$

exeunt in minimis $\frac{3}{4}$ N *exit* $1\frac{1}{3}$ N

ALIVD EXEMPLVM.

$\frac{15\ \text{ſe.}\ +\ 20\ \text{ra.}}{12\ \text{ra.}}$ *diuidantur in* $\frac{6\ \text{pri.}\ +\ 8\ \text{N}}{9\ \text{ra.}}$

exeunt $\frac{45\ \text{ſe.}\ +\ 60\ \text{ra.}}{24\ \text{pri.}\ +\ 32\ \text{N}}$

ALIVD EXEMPLVM.

$\frac{7\ \text{ſe.}\quad 14\ \text{pri.}}{2\ \text{ter.}}$ *in* $\frac{7\ \text{pri.}}{8\ \text{ter.}}$ *exe.* 4 ra. — 8 N

Sic $\frac{7\ \text{ſe.}\ -\ 14.\ \text{pri.}}{2\ \text{ter.}}$ *in* 4 ra. — 8 N

exe. $\frac{7\ \text{ſe.}\ -\ 14\ \text{pri.}}{8\ \text{qr.}\ -\ 16\ \text{ter.}}$ *hoc est* $\frac{7\ \text{ſe}}{8\ \text{ter.}}$ *vel in minimis* $\frac{7\ \text{N}}{8\ \text{pri.}}$

REGVLA PROPORTIONVM.

Regulam de proportionibus, quæ nunc rectè ordine ſequi deberet, cùm quiuis partim ex communi ipſius deſcriptione, partim ex iis quæ hactenus ſunt commemorata, quomodo hæc in integris atq; etiam in fractionibus tractari debeat, facilè cognoſcat Lectori ſatis me facturum, vno duntaxat atq; altero exemplo ſum opinatus.

EXEMPLA AVTEM SVNT *huiuſmodi.*

Primum, 6 N *alicuius rei valent* 3 *primis aureorum, quanti* 7 ra. + 1 pri. *eiuſdem rei.*

Facit $\frac{7\ \text{ſe}\ +\ 1\ \text{ter.}}{2\ \text{N}}$

Secun. 6 ra. *valent* 9 pri. *aureorum, quantum emitur* 4 ſe. — 2 ra. *au.*

Facit $\frac{8\ \text{pri.}\ -\ 4\ \text{N}}{3\ \text{N}}$

Tertium, 3 ra. + 4 N *valent* 8 ſe. + 4 pri. *quanti* 8 ter. — 4 ra.

Facit $\dfrac{64\ \textit{sex.} + 32\ \textit{quin.} - 32\ \textit{ter.} - 16\ \textit{se.}}{3\ \textit{ra.} + 4\ \text{N}}$

Vel quantum emitur 8 *ter.* — 4 *ra. aute.*

Facit $\dfrac{6\ \textit{ter.} + 8\ \textit{se.} - 3\ \textit{ra.} - 4\ \text{N}}{2\ \textit{pri.} + 1\ \textit{ra}}$

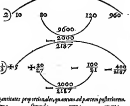
HVIVS EXEMPLI EXAMEN.

Quantitates proportionales, quantum ad partem priorem,

Prima, secunda, tertia, quarta,

3 *ra.* + 4 N, 8 *se.* + 4 *pri.*, 8 *ter.* — 4 *ra.*, $\dfrac{64\ \textit{sex.} + \textit{\&c.}}{3\ \textit{ra.}}$

RESOLVTAE SECVNDVM VALORES QVANTITATVM.

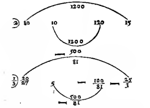


Quantitates proportionales, quantum ad partem posteriorem.

Prima, secunda, tertia, quarta,

8 *se.* + 4 *pri.*, 3 *ra.* + 4 N, 8 *ter.* — 4 *ra.*, $\dfrac{6\ \textit{ter.} + 8\ \textit{se.}\ \textit{\&c.}}{2\ \textit{pri.}}$

RESOLVTAE SECVNDVM VALORES QVANTITATVM.



PROBATIO SEV EXAMEN.

Probantur huius regulæ exempla per numerum loco radicis pro arbitrio sumptum, si per eius quantitates, singulæ propositi exempli quãtitates solutæ fuerint. Hoc autem apparet in exẽplo præmisso vltimo, cuius quidem numeros characterum singulos, primò per numerum binarium, secundò deinde per tertiam vnitatis partem solutos fuisse vides.

SIMILI MODO ET IN FRACTIONIBVS EXEMPLA PROPONI

possunt.

$\frac{3}{4}$ *ra. valent* $\frac{4}{5}$, *quanti* $\frac{2}{3}$ *se.* *Facit* $\frac{16}{45}\frac{N}{pri.}$

$\frac{2}{3}$ *ra. valent* $\frac{4}{9}\frac{pri.}{N}$ *quan.* $\frac{9}{13}\frac{N}{se.}$ *Facit* $\frac{6}{13}\frac{N}{pri.}$

NVNC DE AEQVATIONIBVS, QVAE IN SOLVENDIS EXEMPLIS, MVLTIfariam sese offerunt, dicendum erit.

AEquatio, vt hoc loco sumitur, prout etiam ipsius vocabuli ἔτυμον indicat, est, vbi duæ res vel quantitates inter se æquales esse proferũtur. Et quoniam per has Algebræ regulas obscura numerorum explicantur ænigmata, quæ quidẽ vbi secundum conditiones suas atq; hypotheses, per has regulas examinata fuerint, accidit tãdem, vt aliquot quantitates, vnà cùm suis numeris, inter se æquentur. Quæ quantitatum collatio, cum prima frõte obscura & minus perspicua appareat, vt planius, & clarioribus verbis, tanquam ob oculos, ponatur, necesse erit.

Proinde multæ licet sint æquationes ac infinitæ quodãmodo, cùm diuersa propositorum ænigmatũ supputationes subinde aliam atq; aliam postulent, res nihilominus tamen ex his, priores atq; etiam præcipuas (cùm quod nostra tractatio non plures requirat, tum etiam quod tribus iis perceptis ac cognitis, facilè reliquas etiam constituere, & iis commodè vti quispiã possit) in præsentia ordine describemus. EST ITAQVE PRIMA AEQVATIO, in qua vnius quantitatis vel characteris numerus vnius characteris numero æquatur. SECVNDA VERO ET TERTIA AEQVATIONES sunt, vbi tribus characteribus consignatis numeris, illic quidẽ naturali eorum ordine, hic verò iam vno, iam duobus vel pluribus, obseruato ordine interrupto, omissis characteribus, numeri duorum vni, vel contrà, vnius characteris numerus duobus æquatur. Et de his tribus nũc deinceps ordine dicemus, & primo quidem de processu æquationis primæ.

AEQVATIO PRIMA.

PRima æquatio est, vbi duæ quãtitates vel duo numeri, diuersis characteribus signati, inter se æquales esse proferuntur. Diuiditur in hac, vt regula de proportionibus præcipit, minoris vel debilioris characteris numerus, in numerũ characteris maioris seu potentioris. Quia autem numerus exiens modò ipsius radicis, modò quantitatis cuiusdam valorem exprimit, vbi radicis valorem expresserit, quæstioni tum statim satisfactum erit, atq; omnia

peracta. Quod si fuerit valor cuiusdam quantitatis, numeri exeuntis radix inuestiganda, atq; per inuestigatam illam tandem quæstioni respondendum erit. Huius autem æquationis demonstratio & fundamentũ est ipsa de Proportionibus regula, Radicum deinde inuentionis tractatio, vt quæ ambo in communi numerorum supputatione plerumq; demonstrari solent.

SEQVVNTVR EXEMPLA.

8 *radices* 16 N. 2
9 *primæ* 18 *ra.* *quot vnitatibus æquatur* 2
6 *secundæ* *æquantur* 24 *pri.* *vna radix.* *Facit* 4
4 *quintæ* 12 *quar.* 3
quantitates.

Hæc nunc per resolutionem examinari poterunt.

ALIA EXEMPLA.

8 *prima* 32 N 2
9 *se.* *æquantur* 36 *ra.* *Facit vna radix* 2
6 *ter.* 384 *ra.* 4
4 *sex* 108 *ter.* 3

ADHVC ALIA.

$8\frac{1}{2}$ *pri.* 34 N 2
$9\frac{1}{2}$ *se.* *æquantur* 38 *ra.* *Facit vna radix* 2
$6\frac{1}{4}$ *ter.* 432 *ra.* 4
$4\frac{2}{3}$ *sexta.* 126 *ter.* 3

Sic alia huius æquationis exempla præscribi possunt, atq; solui etiam, vt præcipitur.

SEQVVNTVR NVNC QVAEDAM AENIGMATA SEV QVAESTIONES, QVORVM *solutiones, tandem hanc primam æquationem requirunt.*

Primum. *Inueniendus est numerus, à quo primò eius* $\frac{1}{4}$*, de residuo deinde* $\frac{2}{5}$ *subtractis, 13 tandem, vel 27 maneant.*

Facit $28\frac{8}{9}$ *vel* 60

D

PRO HUIUS ATQUE ETIAM OMNIUM SEQUENTIUM, *ac aliorum quæ fortè proponi possunt, exemplorum tractatione, sequitur Canon quidam generalis.*

In omnibus exēplis quæ per has Algebræ regulas solui debēt, ὡς καθόλου, loco eius qui quæstioni satisfacere debeat numeri, Radix seu vna res, tanquam aliquid id esse de quo quæritur significans, ponenda est ea deinde, ac si verus solutionis numerus esset, secundum exempli hypotheses examinata, in fine tandem id quod venire debeat, numerus scilicet quæstionis verus, sese offeret, quare duo æqualia inter se. Sed quia hoc quod vltimò venit, cùm propter insiitatos huius regulæ characteres quibus exprimitur, non tam perspicuum sit, vt promptè intelligi possit, vlteriori operatione opus erit, quę nimirum per diuersos operationum canones absoluitur. Cuius rei exemplum esto tale.

Quis est numerus, cuius vna tertia quater sumpta, 11 faciat?

Hoc exemplum talem habet supputationem. Loco numeri, vt dictum est, cuius vna tertia, & reliqua, ponatur 1 radix. Et quia exemplum habet, cuius vna tertia quater sumpta, 11 faciat, de radice posita vna tertia accipiēda, atque accepta, mox ea quater sumenda erit. Veniunt autem sic $\frac{4}{3}$ ra. quæ cum ex hypothesi 11 esse debeant, erit vnum alteri æquale, ex quo dicta est æquatio. Cadit autem in æquationem illam quæ iam descripta à nobis est. Numerus igitur characteris debilioris in numerum significantioris diuidēdus, ac per exeuntem tandem quæstioni respondendū erit. Veniunt autē $8\frac{1}{4}$, numerus de quo quærebatur. Quod nunc examinari potest in hunc modū.

EXEMPLI EXAMEN.

Numerus ille de quo quæstio erat, sunt $8\frac{1}{4}$. Et quia eius vna tertia, $2\frac{3}{4}$ scilicet quater sumpta, 11 faciūt, operatio bona est, verus etiā numerus inuētus

PROCESSU IGITUR NUNC, QUI GENERALITER *in omnibus exemplis seruari debet, præmisso, primò positi exempli operatio sic se habebit.*

Ponatur numerum illum de quo quæritur, esse		1.	ra.	*cuius nunc* $\frac{1}{4}$,
	nimirum	$\frac{1}{4}$.	ra.	*subtracta*
	manent	$\frac{3}{4}$.	ra.	*atque de his tādē*
$\frac{1}{5}$ *eius,*	*quæ sunt*	$\frac{3}{10}$	ra.	*subtractis*
	manent	$\frac{9}{20}$	ra.	

13 *vel* 27 N *æquales.*

Facta igitur diuisione, vt praeceptum est, debilioris characteris numeri in numerum characteris significantioris, veniunt radicum valores vt posit sunt, 28 $\frac{8}{9}$ scilicet respectu 13, 60 deinde respectu numeri 27. Quod nunc quidem de vtroq; probari seu examinari poterit.

EXEMPLVM SECVNDVM.

Diuidantur 40 in tres partes secundum rationem Subsuperbipartientem tertias continuatas.

Facit $7\frac{27}{49}$ $12\frac{11}{49}$ $20\frac{10}{49}$.

OPERATIO.

Esto	1	*ra.*	*prima*
quare	$1\frac{2}{3}$	*ra.*	*secunda*
ac	$2\frac{7}{9}$	*ra.*	*deinde, tertia pars erunt.*
Summa igitur	$5\frac{4}{9}$	*ra.*	*aequales* 40. N

POTEST OPERATIO ETIAM INSTITVI, INCI- *piendo à numero seu parte proportionali media, vel vltima etiam, si placeat, vt sequitur.*

Prima	$\frac{3}{5}$ *ra*	$\frac{9}{25}$ *ra.*	
Secunda	1 *ra.*	$\frac{3}{5}$ *ra.*	
Tertia pars	$1\frac{2}{3}$ *ra.*	1 *ra.*	
Summa	$3\frac{4}{15}$ *ra.* *vel*	$1\frac{14}{25}$ *ra.*	*aequa.* 40 N

Tertium, *Diuidantur* 40 *in tres partes,*

Vt cum has, primam quidem in 4, *secundam verò in* 5, *ac tertiam deinde in* 6 *diuisers, exeuntes numeri in Subsuperbipartiente tertias ratione continuentur.*

Facit				
	partes quidem	$5\frac{15}{29}$	$11\frac{41}{67}$	$22\frac{36}{67}$
	numeri verò rationis	$1\frac{11}{29}$	$2\frac{16}{67}$	$3\frac{117}{201}$

Vel, vt cum has, primam quidem per 4 *secundam verò per* 5, *ac tertiam deinde per* 6 *multiplicauero, producti numeri in Subsuperbipartiente tertias, seu si mauelis, in Dupla ratione continuentur.*

Facit quantum ad rationem

3	5	*partes quidem*	$9\frac{63}{113}$	$12\frac{94}{113}$	$17\frac{79}{113}$
		numeri verò ra.	$38\frac{16}{113}$	$63\frac{81}{113}$	$106\frac{22}{113}$
2	1	*partes quidem*	$25\frac{25}{47}$	$10\frac{20}{47}$	$4\frac{22}{47}$
		numeri verò ra.	$102\frac{6}{47}$	$51\frac{3}{47}$	$25\frac{15}{47}$

OPERATIO EXEMPLI QVANTVM AD DIVISIONEM.

	Diuisionis	*Rationis*	*Diuisionis*	*Rationis partes,*
Prima	1 *ra.*	$\frac{1}{4}$ *ra.*	$\frac{6}{25}$ *ra.*	$\frac{3}{50}$ *ra.*
Secunda	$2\frac{1}{12}$ *ra.*	$\frac{5}{12}$ *ra.*	*vel* $\frac{1}{2}$ *ra.*	$\frac{1}{10}$ *ra.*
Ter.pars.	$4\frac{1}{6}$ *ra.*	$\frac{25}{36}$ *ra.*	1 *ra.*	$\frac{1}{6}$ *ra.*

$7\frac{1}{4}$ *ra.* *vel* $1\frac{17}{50}$ *ra.* *Aequales* 40N. *&c.*

OPERATIO EXEMPLI QVANTVM AD MVLTIPLICATIONEM.

	Ratio $\frac{2}{3}$		*Ratio* $\frac{1}{2}$	
Prima	1	4	1	4
Secun.	$1\frac{2}{3}$ *ra.*	$6\frac{2}{3}$ *ra.*	$\frac{1}{3}$ *ra.*	2 *ra.*
Ter.pars	$1\frac{13}{27}$	$11\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	1

Et veniunt

$4\frac{5}{27}$ *ra. aequa.* 40 N. *vel* $1\frac{17}{30}$ *ra. aequa.* 40 N.

4 *Grossus valet 10 nummulos, 24 verò grossi florinum constituunt. Aliquis nunc florinum permutans, tot pro eo grossos, quot nummulos cupiens, quaeritur quantum vtriusq; recipiat.*

Facit vtriusque recipiet & habebit $21\frac{9}{11}$

OPERATIO.

Vna radix gross. & 1 *ra. num. &ca.*

Veniunt, facta operatione, $\frac{11}{10}$ *ra. aequa.* 24 N.

5 *Est area quaedam quadrangularis, continens in superficie 588 areolas, inter se & toti similes. Quia autem huius areae longitudo ad latitudinem est, vt 4 ad 3: quanta ipsius longitudo, Latitudo item sit, quaeritur.*

Facit longitudo quidem 28, latitudo verò 21.

OPERATIO.

Longitudo	1 *ra.*	*vel*	$1\frac{1}{3}$	*ra.*
Latitudo	$\frac{3}{4}$ *ra.*		1	*ra. &ca.*
veniunt	$\frac{3}{4}$ *pri.*	*vel*	$1\frac{1}{3}$	*pri. aequa.* 588 N.

6 *Dux in castris suo sub imperio habet aliquot mille milites. Quoniam autem exercitum quadrata figura tantae amplitudinis, quanta fieri possit, instruere conatur, primaq; instructione specie quadrata perfecta, residui manent 284 milites: quòd si in singulos ordines vnum duntaxat militem adiecisset, tum ei 25 ad absoluendam quadratam aciem defuissent. Quaeritur, igitur, quot sub se dux ille milites habuerit.*

Facit 24 *mille milites.*

OPERATIO.

1 *ra.*		1 *ra.* + 1 N
1 *pri.*		1 *pri.* + 2 *ra.* + 1 N
+ 284 N		— 25
1 *pri.* + 284 N	*aequales*	1 *pri.* + 2 *ra.* — 24 N.

ADMONITIO.

Hic, licet duorum characterum numeri, tribus trium characterum numeris aequentur, sed quia characteres in diuersis ordinibus vnius sunt appellationis, per illas duas communes notitias, quarũ vna quidem est. Si aequalibus aequalia adiciantur, quòd & tota aequalia sint. altera verò: Si ab aequalibus aequalia auferantur, quòd & reliqua sint aequalia: per additionem & ablationem huic succurritur. Erit itaque, hoc facto, huius aequationis exemplum, vt sequitur.

308 N *aequales* 2 *ra.*

Vna igitur radix, numerus scilicet militum vnius ordinis in prima acie, 154. *quare vniuersus militum numerus* 24000, *qui erat inueniendus.*

Potest huius exempli operatio, si placet,
etiam sic institui.

1 *ra. in se.*		1 *ra.* — 1 N *in se.*
1 *pri.*		1 *pri.* + 1 N — 2 *ra.*
— 25 N		+ 284 N
quare 1 *pri.* — 25 N	*aequa.*	1 *pri.* + 285 N — 2 *ra.*

7. *Est numerus vnus ad alterum sesquiquartus. Quoniam autem de maiori* 8 *ablatis, minori verò numero* 8 *vel* 4 *additis, collectum ad residuum* $2\frac{1}{2}$ *rationem constituit, quinam sint illi duo numeri, quaeritur.*

Facit, vbi quidem addun-

tur $\left\{\begin{array}{l} 8, \\ 4 \text{ verò}, \end{array}\right.$ $16\frac{8}{17}$ *maior,* $14\frac{2}{17}$ — $13\frac{3}{17}$ *verò minor* $11\frac{5}{17}$

OPERATIO.

Numeri rationis		*residuum*	*colle.*
1 *ra.*	$\frac{4}{5}$ *ra.*	1 *ra.* — 8 N	$\frac{4}{5}$ *ra.* + $\left\{\begin{array}{l} 8 \\ 4 \end{array}\right.$ N

Quantitates proportionales,

$\frac{4}{5}$ *ra* + $\left\{\begin{array}{l} 8 \\ 4 \end{array}\right.$ N, 1 *ra.* — 8 N vt 5, 2. *Quare*

$$1\tfrac{3}{5}\ ra. + \begin{cases}16\\ 8\end{cases} N\ \ \textit{æqual.}\ \ 5\ ra. - 40\ N$$

8. *Numerus in tres partes diuiſus eſt. Quoniam autem prima pars reſpectu diuiſi, ſubſeſquialteram: ſecunda verò, ſubduplam: ac tertia deinde, & ipſa reſpectu diuiſi, poſtquam tamen 4 aliunde acceperit, ſubſeſquitertiam rationem conſtituit, quantus ſit ipſe totus numerus, quantæ etiam ſingulæ partes, quæritur.*

Facit, Impoſsibile, cùm tertia pars nihil ſit, propterea quòd duabus prioribus totum & plus etiam conueniat.

	Totus quidem numerus			$4\frac{4}{11}$
Vel facit		*prima*	*ſecun.*	*tertia*
	Partes verò	$2\frac{10}{11}$	$2\frac{2}{11}$	$-\frac{8}{11}$

Id quod examinari poteſt in hunc modum:

Totus diuiſus	*Partes verò* prima	*ſecunda*	*tertia*
$4\frac{4}{11}$	$2\frac{10}{11}$	$2\frac{2}{11}$	$-\frac{8}{11}$

Pars prima	*totus diui.*	*pars ſecun.*
$2\frac{10}{11}$	$4\frac{4}{11}$	$2\frac{2}{11}$
cum 3	*cum* 2	*bis*
$8\frac{8}{11}$	$8\frac{8}{11}$	$4\frac{4}{11}$

Aequales numeri, bene igitur. *Totus diuiſus, bene igitur.*

$-\ \frac{8}{11}$ *Tertia pars.*

$+\ 4$

ſunt 3 $3\frac{3}{11}$ — $4\frac{4}{11}$ *Totus diuiſus.*

cum 4 — *cum* 3

produ. $13\frac{1}{11}$ — *produ.* $13\frac{1}{11}$ *Aequales numeri.*

Igitur bene operatum.

Quòd ſi loco rationis quam habet ſecunda pars ad totum, Subduplæ ſcilicet, Subquadrupla poſita fuerit,

Veniet facta operatione,

	Totus quidem numerus		6
	Prima	*ſecun.*	*tertia.*
Partes verò	4	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

OPERATIO PARTIS PRIORIS.

Totus diuisus.	Prima	secunda	tertia pars.
1 ra.	$\frac{2}{3}$ ra.	$\frac{1}{2}$ ra	$\frac{3}{4}$ ra. — 4 N

Quare $1\frac{11}{12}$ ra. — 4 N aequales 1 radici.
Vel additis & subtractis, veniunt $\frac{11}{12}$ ra. aequa. 4 N, &c.

Potest etiam operatio aliter institui, si radix vna loco alicuius partis ponatur, sic.

Partes		Partes	
1 ra.		$1\frac{1}{3}$	
	Totus		Totus
$\frac{3}{4}$ ra.	$1\frac{1}{2}$ ra.	1 ra.	2 ra.
$1\frac{1}{8}$ ra. — 4 N		$1\frac{1}{2}$ ra. — 4 N	

Aequatio.

$1\frac{3}{8}$ ra. aequa. 4 N. Item $1\frac{5}{6}$ ra. aequa. 4 N.

OPERATIO PARTIS POSTERIORIS.

Totus diuisus	$\frac{2}{3}$ ra.		1 ra.	Totus diui.
1 ra.	$\frac{1}{2}$ ra.	Vel	$\frac{3}{4}$ ra.	$1\frac{1}{2}$ ra.
	$\frac{3}{4}$ ra — 4 N		$1\frac{1}{8}$ ra. — 4 N.	

9. Sunt tres numeri, quorum primus & tertius noti, 48 & 11, medius ignotus. Quia verò, quam rationem habent primus & tertius inter se, illa eadem est & excessus primi super medium, ad excessum medij super numerum tertium, quantus ergo medius numerus sit, quaeritur.

Facit $17\frac{13}{59}$ quod probari potest.

OPERATIO.

Primus	medius	tertius.
48	1 ra.	11
48 N — 1 ra.		1 ra. — 11 N.

Considerato iam, quae sint quantitates proportionales, quae deinde proportionalium quantitatum proprietas, veniunt vltimò.

59 ra. aequa. 1056 N, &c.

Sic inter	42		30		35
	$8\frac{2}{5}$	&	6	medius est	7
	$\frac{8}{9}$		$\frac{2}{3}$		$\frac{16}{21}$
	21		14,		$16\frac{4}{5}$

Sunt autem numeri medietatis Harmonicae.

10. *Sunt tres numeri, quorum primus & tertius noti, 48 & 11, vel 24 & 12 medius ignotus. Quia verò, quam rationem habent primus & tertius inter se, illa eadem est differentiæ medij & tertij ad differentiam primi & medij, quantus ergo medius numerus sit, quæritur.*

Facit $41\frac{6}{59}$ *vel* 20. *quod probari potest.*

11 *Diuidantur* 61 *in* 9 *vel* 6 *partes Arithmeticæ progreßionis, & esto quòd prima pars, vel primus ac minimus numerus sint* 6, *qui sunt octo, vel quinque reliqui?*

Facit respectu quidem diuisionis

in { *nouem* $6\frac{7}{36}$. $6\frac{7}{18}$. $6\frac{7}{12}$. $6\frac{7}{9}$. $6\frac{35}{36}$. $7\frac{1}{6}$. $7\frac{13}{36}$. $7\frac{5}{9}$.
{ *sex verò* $7\frac{2}{3}$ $9\frac{1}{3}$ 11 $12\frac{2}{3}$ $14\frac{1}{3}$

OPERATIO.

6 N *minimus nu.* 6 N *minimus*
1 *ra.* *excessus communis* *vel* 1 *ra.* *max. nu.*
6 N + 8 *ra. numerus vl.* 1 *ra* + 6 N *aggregati dimidium.*
&c.

Sic numerus 49 *diuisus, facta operatione veniunt, respectu quidem diuisionis eius in partes.*

nouem . *Impoßibile*
in sex verò $6\frac{13}{15}$. $7\frac{11}{15}$. $8\frac{3}{5}$. $9\frac{7}{15}$. $10\frac{1}{3}$

12 *Est quidam rex, sunt & principes, comites & milites, quot autem rex sub potestate sua habet principes, in duplo plures sub se comites habent singuli principes in quadruplo verò plures sub se habent milites singuli comites. Quia verò militibus numeratis, inuenitur, quòd ducentesima eorum pars nonecuplam rationem ad numerum principum constituat: quot igitur nunc principes fuerint, quot item comites ac milites deinde, in dubium vocatur.*

	Principes	*Comites*	*Milites.*
Facit	15	450	27000

Quod secundum ænigmatis hypotheses examinari poterit.

OPERATIO.

	Principum	*Com.*	*Mili.*
Ponatur	1 *ra.*	*& erunt* 2 *pri.*	8 *verò secundæ*
		atque tandem	
$\frac{1}{25}$ *se.*		*æqualis*	9 *ra.*

13. *Est*

13. *Est ædificium quoddam τετράγωνος secundum quatuor eius latera extructum, cuius altitudo cum ad suam longitudinem Superbipartientem tertias, ad latitudinem verò, Duplam sesquialteram constituat rationem, altitudine deinde cum longitudine, ac producto tandē cum latitudine multiplicato, numerus 39930. vlnarum producatur, quanta huius ædificij singulæ dimensiones fuerint, quæritur.*

Facit 55 *Altitudo,* 33 *Longi.* & 22 *Latitudo.*

OPERATIO.

Altitudo	1 *ra.*		$1\frac{2}{3}$		$2\frac{1}{2}$
Longi.	$\frac{3}{5}$	*vel*	1 *ra.*		$1\frac{1}{2}$
Latitu.	$\frac{2}{5}$		$\frac{2}{3}$	*Vel*	1 *ra.*

Facta multiplicatione vt præcipitur, veniunt

$\frac{6}{25}$ *se.* vel $\frac{10}{9}$ *se.* vel $\frac{25}{4}$ *se.* *æquales* 39930 N.

14 *Murus, cuius longitudo quidem in* $3\frac{1}{2}$ *ad latitudinem, altitudo verò in quincupla ratione ad longitudinem constructus est, ab Artifice tandem* 980 *coronatis redimitur. Quoniam autem, cùm pro singulis virgis, vt dicitur, extruendis, tot coronati, quot ipse murus in latitudine virgas habet, expositi sint, quæ nam huius muri altitudo sit, longitudo item, ac latitudo etiam, quæritur.*

Facit 35 *Altitudo,* 7 *Longi.* & 2 *Latitudo.*

OPERATIO.

Altitudo	5	*vel*	1 *ra.*		$17\frac{1}{2}$
Longi.	1 *ra.*		$\frac{1}{5}$		$3\frac{1}{2}$
Latitudo	$\frac{2}{7}$		$\frac{2}{35}$	*vel*	1 *ra.*
	$\frac{10}{7}$ *se.*		$\frac{2}{175}$		$\frac{245}{4}$

Nunc quantum ad solutionem, dicendum est

Corona.

Vlna 1 $\begin{cases} \frac{2}{7} \\ \frac{2}{35} \\ 1 \end{cases}$ *ra.* *quanti* $\begin{cases} \frac{10}{7} \\ \frac{2}{175} \\ \frac{245}{4} \end{cases}$ *se.* *Facit* $\begin{cases} \frac{20}{49} \\ \frac{4}{6125} \\ \frac{245}{4} \end{cases}$ *ter.* *æ.* 980 N

15 *Diuidantur* 72 *in quatuor partes, quarum prima sit vna septima Secundæ & tertiæ, secunda verò* $\frac{1}{5}$ *tertiæ & quartæ, tertia autem* $\frac{1}{2}$ *quar-m... ime, quæritur de partibus* *Facit.*

Prima	*secunda*	*tertia*	*quarta pars,*
$4\frac{1}{2}$	$11\frac{1}{4}$	$20\frac{1}{4}$	36

Ponatur primam partem esse 1 radicem, erunt ergo secunda & tertia partes simul 7 radices, ac quarta deinde id quod est reliquum, numerum 72 N — 8 ra. sic.

Prima	*secunda & tertia*	*quarta.*
1 ra.	7 ra.	72 N — 8 ra.

Et quoniam ex hypothesi, secunda pars est tertiæ & quartæ partium vna quinta partes coniungendo, erit hæc eadem secunda omnium trium, hoc est secundæ tertiæ & quartæ partium, vna sexta. Ex harum igitur aggregato, quod est 72 N — 1 ra, vna sexta sumpta, per eam quanta secunda pars sola sit, manifestabitur. Quæ quidem cum sit iam nota, & tertia per subtractionem nota erit. Partes igitur singulæ, vt sequitur.

Prima	*secunda*	*tertia*	*quarta*
1 ra.	12 N — $\frac{3}{4}$ ra.	7 $\frac{3}{4}$ ra. — 12 N	72 N — 8 ra.

Rursus quoniam etiam, & id ex hypothesi, tertia pars ipsarum quartæ & primæ partium dimidium est: sequitur hanc eandem tertiam bis sumptam, quartæ & primæ partibus simul sumptis, vel si mavis, hanc tertiam solum, eius quod ex quarta & prima colligitur dimidio, æqualem esse. Æquatio igitur, vt sequitur.

14 $\frac{2}{3}$ ra. — 24 N *æqual.* 72 N — 7 ra.
in minimis 21 $\frac{2}{3}$ ra. *æqual.* 96 N.
vel 7 $\frac{2}{6}$ ra. — 12 N *æqual.* 36 N — 3 $\frac{5}{2}$ ra.
in minimis 10 $\frac{2}{3}$ ra. *æqual.* 48 N

Sic 90, vnitas, ac quilibet numeri alij, Fractiones etiam, eadem ratione diuidi possunt.

Sunt autem partes, respectu quidem

	Prima	*secunda*	*tertia*		*quarta.*
90	5 $\frac{5}{8}$	14 $\frac{1}{16}$	25 $\frac{5}{16}$	&	45
Vnitatis verò,	$\frac{1}{16}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{9}{32}$	&	$\frac{1}{2}$

16. *Tres negociatores societatem ineuntes, contulerunt 170 aureos. Primus itaque cum sua pecunia collata huic contractui interesse vult 3 mensibus, secundus 6, tertius 8. Nunc si hac communi pecunia, tantùm hoc temporis spacio lucrifecerint, vt sors cum lucro perficiat summam 375 aureorum, atque primo 75, secundo verò 200 aureos, & tertio deinde quod reliquum est tribuatur, quæritur quantánam vniuscuiusque sors, siue à singulis collata pecunia fuerit.*

Facit

Primi 60. *secundi* 80. *tertij* 30. *aurei.*

OPERATIO.

	Tempus	*accepta*	*collata pecunia.*
Primi	3.	75	1 *ra.*
Secundi	6.	200	$1\frac{2}{3}$ *ra.*
Tertij	8.	100	$\frac{1}{2}$ *ra.* *atq;*

tandem $2\frac{5}{8}$ *ra.* *æquales* 170 N.

17. *Propositum est diuidere* 91, 27 *vel* 118 *in quatuor partes.*

Primò, secundum rationes $1\frac{1}{2}$, *duplam & subsesquitertiam, quæritur quænam sint partes futuræ.*

OPERATIO.		91	27	118
1 *ra.*	*Facit*	$37\frac{5}{22}$	$11\frac{1}{22}$	$48\frac{3}{22}$
$\frac{2}{3}$		$24\frac{9}{22}$	$7\frac{4}{22}$	$32\frac{2}{22}$
$\frac{1}{3}$		$12\frac{9}{22}$	$3\frac{15}{22}$	$16\frac{2}{22}$
$\frac{4}{9}$		$16\frac{6}{22}$	$4\frac{20}{22}$	$21\frac{5}{22}$
$2\frac{4}{9}$ *ra.*	*æqua.*	91,	27 *vel*	118 N.

Vel secundo, secundum rationem $1\frac{1}{2}$ *seu* $2\frac{1}{2}$ *continuatam,*

		91	27	118
Facit secundum rationem.	$1\frac{1}{2}$ *quidē*	$37\frac{4}{5}$	$11\frac{14}{65}$	$49\frac{2}{65}$
		$25\frac{1}{5}$	$7\frac{12}{65}$	$32\frac{44}{65}$
		$16\frac{4}{5}$	$4\frac{84}{65}$	$21\frac{52}{65}$
		$\frac{2}{5}$	$3\frac{15}{65}$	$14\frac{14}{65}$
	$2\frac{1}{3}$ *verò*	$58\frac{28}{803}$	$17\frac{273}{803}$	$75\frac{191}{803}$
		$21\frac{809}{803}$	$6\frac{188}{803}$	$28\frac{272}{803}$
		$8\frac{218}{803}$	$2\frac{118}{803}$	$10\frac{486}{803}$
		$3\frac{48}{830}$	$0\frac{719}{803}$	$3\frac{777}{803}$

OPERATIO

1 *ra.*

$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{8}{27}$ *ra.* $\frac{3}{8}$ $\frac{6}{64}$ $\frac{27}{512}$ *ra.* $2\frac{22}{27}$ *ra.* *vel* $1\frac{291}{512}$ *ra.* *æqua.* AEQVATIO 91 27 118 N.

E ij

Vel tertiò, vt primæ parti 4, secūdæ deinde 3 additis, à tertia verò parte, 2, ac quarta deinde, vnitate subtracta, aggregati tandem & residui numeri subduplam rationem continuatam, vel subduplam, subquadruplam, & $1\frac{2}{3}$ rationes habeant. Quæritur &c. *Facit*

quantum ad rationem subduplam continuatam,

Respectu quidem	91	27 *verò,*	*ac* 118 *deinde*
prima pars	$2\frac{2}{3}$	$-1\frac{14}{15}$	$4\frac{2}{15}$
Secunda	$9\frac{2}{3}$	*Impossibi-* $1\frac{2}{15}$	$13\frac{4}{15}$
Tertia	$27\frac{1}{3}$	*le, vel* $10\frac{4}{15}$	$34\frac{8}{15}$
Quarta deīde	$51\frac{2}{3}$	$17\frac{8}{15}$	$66\frac{2}{15}$

Quantum ad rationes subduplam, subquadruplam, & $1\frac{2}{3}$

Respectu quidem	91	27	118
Prima pars	$1\frac{10}{17}$	— $2\frac{1}{17}$	$3\frac{1}{17}$
Secunda	$8\frac{1}{17}$	*Impossibile* $+0\frac{11}{17}$	$11\frac{6}{17}$
Tertia	$46\frac{11}{17}$	*vel* $+16\frac{10}{17}$	$59\frac{7}{17}$
Quar. deinde	$34\frac{9}{17}$	$+11\frac{16}{17}$	$44\frac{2}{17}$

OPERATIO.

Sit prima pars	1 *ra.*	*Vel*	1 *ra.*
secunda igitur	2 *ra.* + 5 N		2 *ra.* + 5 N
tertia verò	4 *ra.* + 18 N		8 *ra.* + 34 N
ac quarta deinde	8 *ra.* + 33 N		6 *ra.* + 25 N

Aequatio igitur quantum ad

primum 15 *ra.* + 56 N

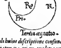
æqual. 91. 27. 118 N

secun. 17 *ra.* + 64 N

AEQVATIO SECVNDA.

Secunda æquatio est, vbi tres numeri tribus diuersis, continuatis tamen, characteribus signati, duo vni, vel vnus item duobus æqualis esse proferetur. Hæc æquatio quia tripliciter variari potest, cum aut duo maiores minimo, aut duo minores maximo, aut verò maximus & minimus, medio characteri, vt præsens figura habet, æquentur.

FIGVRA AEQVATIONVM.



Ideo ne in generali huius descriptione confundi lectorem contingat, pro vt tripliciter variatur, ita etiam triplici eam regula vel canone ordine scribemus.

CANON HVIVS AEQVATIONIS PRIMVS.

Vbi nimirum maiores duo, minimo characteri æquentur, vt pote prima quantitas & radix numero, sic.

Pri. + ra. æquales. N.

Huiusmodi exemplo proposito, erit maximæ quantitatis numerus, aut vnitas, aut non. Quod si vnitas fuerit, tum ad quadratum dimidij numeri characteris medij, numerus characteris minimi addi, à radice deinde huius collecti quadrata, dimidium characteris medij subtrahi debet. quo facto, quæsiti numeri compos aliquis erit, cum videlicet per id quod relinquitur, radicis valor exprimatur. Quòd si verò non sit vnitas maximi characteris numerus in exemplo aliquo proposito, quia non plurium, sed vnius tantum radicis valor desideratur, in maximi characteris numerum, aut fractionē, vel quicquid tandem fuerit, singuli singulorum trium characterum numeri diuidendi, & diuisorum loco exeuntes, vt eorum submultiplices, sumendi & ponēdi sunt. Erit autem sic exemplum æquationis aliud, quod licet dissimile videatur priori posito, nihilominus tamen, cùm multiplicium & submultiplicium vna & eadem sit ratio, non ab eo diuersum erit. Reductione igitur hac ad vnitatem maximi characteris numeri, procedendum deinde, prout suprà canone est traditum.

CANON HVIVS AEQVATIONIS SECVNDVS.

Vbi nimirum duo minores, radix scilicet & numerus, æquentur primæ, characteri maximo, sic.

Ra. + N æquales pri.

Et in huiusmodi exemplis maximi characteris numerus, aut vnitas erit, aut non. Quod si fuerit vnitas, tum ad quadratum dimidij numeri characteris medij, vt in praecedenti canone factum numerus characteris minimi addi: ad radicem deinde huius collecti quadratam, dimidium characteris medij sumi debet, & perfecta erit aequatio. Quod si verò non sit vnitas, maximi characteris numerus in exemplo aliquo proposito, huic tum (quemadmodum in praecedēti traditum) diuisione, vt ad vnitatem redigatur, succurrendum erit.

CANON HVIVS AEQVATIONIS TERTIVS.

Vbi numerum maximus & minimus, vt est prima quantitas & numerus, medio characteri, radici scilicet, aequentur, sic.

Pri. + N *Aequales* *ra.*

In huiusmodi exemplis, vbi maximi characteris numerus vnitas fuerit, statim à quadrato dimidij numeri characteris medij, contrà vt iam in praecedentibus est factum, numerus characteris minimi subtrahi. radix deinde huius residui quadrata, vt libuerit, ac prout rationi magis consentaneum fuerit, vel à dimidio numeri characteris medij subtrahi, vel eidem addi oportebit. atq; vtrum horum factum fuerit, cum tam per id quod hic colligetur, quàm etiam quod illic relictum fuerit, radicis valor indicetur, exemplo satisfactum erit.

SEQVVNTVR NVNC HVIVS SECVNDAE
aequationis, secundum praescriptos tres canones exempla.

CANONIS PRIMI.	SECVNDI.
1 *pri.* + 8 *ra.* 65 N	13 *ra.* + $1\frac{3}{4}$N 1 *pri.*
4 *in se.* 16 + 65	$\frac{1}{2}$ *in se* $\frac{9}{4}$ + $1\frac{3}{4}$
veniunt 81. *Huius radix,*	*veniunt* 4. *Huius radix,*
sunt 9. *minus* 4,	*sunt* 2 *plus* $1\frac{1}{2}$
manent 5.	*veniunt* $3\frac{1}{2}$

Atq; tantus est radicis valor: quod quidem resolutione facta nunc probari potest.

EXEMPLVM CANONIS TERTII.

1 *pri.* + 12 N *æquales* 8 *ra.*

4 *in se.* 16 *minus* 12

manent 4. *Huius radix quadrata*

sunt 2 { *de* / *ad* } 4, *& manent* 2, *vel proueniunt* 6.

Vterq; radicis valor, ac probationi conueniens numerus.

SEQVVNTVR EXAMINA.

Primùm autem numerorum canonis primi, radicis valore existente 5.

1 *pri.* + 8 *ra.* *æquales* 65 N

5 *in se.* *cum* 5

25 40

65 *Atq; tot sunt etiam numeri, vt apparet: bene igitur.*

Examen numerorum canonis secundi, radicis valore existente $3\frac{1}{2}$

3 *ra.* + $1\frac{3}{4}$ N *æquales* 1 *pri.*

cum $3\frac{1}{2}$ $3\frac{1}{2}$

$10\frac{1}{2}$ + $1\frac{3}{4}$ *in se.*

$12\frac{1}{4}$ *æquales* $12\frac{1}{4}$ *bene igitur.*

Examen numerorum canonis tertij, radicis valore existente 2.

1 *pri* + 12 N *æquales* 8 *ra.*

2 *in se.* *bis*

4 + 12

16 *æquales numeri* 16: *bene igitur.*

Eodem modo instituatur nunc examinis operatio, radicis valore existente 6

1 *pri* + 12 N *æquales* 8 *ra.*

6 *in se* *sexies*

36 + 12

48 *æquales numeri* 48 *&c.*

ALIVD EXEMPLVM.

PRIMI CANONIS.				SECVNDI CANONIS.			
Pri.		ra.	N	ra.		N	pri.
4	+	3 æquales	217	3	+	175 æqu.	4

Hic, quia maximi characteris numerus non est vnitas, diuisione, vt dictum est, ei succurri debet. Veniunt autem facta diuisione,

pri.		ra.	N	ra.		N	pri.
1	+	$\frac{3}{4}$ æqu.	$\frac{217}{4}$	$\frac{3}{4}$	+	$\frac{175}{4}$	æqu. 1

$\frac{3}{8}$ *in se*, $\frac{9}{64}$ + $\frac{217}{4}$ $\frac{3}{8}$ *in se*. $\frac{9}{64}$ + $\frac{175}{4}$

veni. $\frac{3481}{64}$. *Huius ra.*   *veni.* $\frac{2809}{64}$. *Huius ra.*

sunt $7\frac{3}{8}$ *minus* $\frac{3}{8}$ *sunt* $6\frac{5}{8}$ *plus* $\frac{3}{8}$

manent 7   *veniunt* 7

radicis valor.   *radicis valor.*

ALIVD TERTII CANONIS EXEMPLVM.

3 *pri.* + 217 N *æquales* 52 *ra.*

Et hic, quia maximi characteris numerus non est vnitas, diuisione ei succurrendum erit. Veniunt autem hoc facto,

1 *pri.* + $\frac{217}{3}$ N *æquales* $\frac{52}{3}$ N

$\frac{26}{3}$ *in se.* $\frac{676}{9}$, *minus* $\frac{217}{3}$, *manet* $\frac{25}{9}$

Huius ra. qua. est $1\frac{2}{3}$ $\left\{\begin{matrix} de \\ ad \end{matrix}\right.$ $8\frac{2}{3}$, *& manent* 7, *vel proueniunt* $10\frac{1}{3}$ *Vterq; radicis valor, quod examinari potest.*

Porrò ne quis opinetur huius æquationis tractationem rationibus ac demonstrationibus carere, is sciat Primi quidem canonis operationem ex propositione 4 libri Euclidis secũdi, Secundi verò ex sexta ac tertij deinde canonis ex quinta propositione eiusdem secundi libri desumptam esse. Eô itaq; cum peruentum fuerit, horum demonstrationes ac similitudines quas cum rationibus illarum propositionum habent, indicabimus.

SEQVVNTVR NVNC QVAEDAM AENIGMATA, SEV QVAESTIONES, QVORVM SOLVtiones tandem hanc æquationem requirunt.

Primum. Quærantur duo numeri in ratione $3\frac{1}{4}$, vt si vnus cum altero multiplicatus, producto deinde ambo numeri additi fuerint, $142\frac{1}{2}$ colligantur.

Facit $19\frac{1}{2}$ & 6

HVIVS EXEMPLI OPERATIO HAEC EST.

Esto primus numerus, & maior quidem, 1 radix, Et quia ratio, ex hypothesi, constituta est Tripla sesquiquarta, hoc obseruato, Regula Proportionũ (dicendo 13 dant 1 ra. quid 4) erit numerus secundus $\frac{4}{13}$ *ra. Quia verò multiplicatio huiusmodi numerorum, vnius cum altero, vnà cum his ipsis numeris simul additis, $142\frac{1}{2}$ constituere debet, & id ex hypothesi: 1 radix igitur cum $\frac{4}{13}$ ra. multiplicari, producto deinde ambo numeri, 1 radix scilicet & $\frac{4}{13}$ ra. addi debent, & colliguntur tandem.*

$\frac{4}{13}$ *pri.* + $1\frac{4}{13}$ *ra.* *æquales* $142\frac{1}{2}$ N

Quoniam autem est huius secunda æquationis exemplum primum, hæc verò ipsa æquatio cùm praxim habeat aliquanto quàm præcedens prima difficiliorẽ, ne alicui fortè hac descriptione non satis me fecisse videar, quod descriptione regula proposuimus, illius eiusdem etiam tam calculum subiũgere visum fuit. Esto itaq; numerus Maior 1 ra.

Minor $\frac{4}{13}$ *ra.* *Produ.* $\frac{4}{13}$ *pri.*

Numerorum additione facta,

veniunt $\frac{4}{13}$ *pri.* + $1\frac{4}{13}$ *ra.* *æquales* $142\frac{1}{2}$ N.

vel diuisione, secundum superiorem regulam, maximi characteris numero ad vnitatem reducto,

veniunt 1 *pri.* + $4\frac{1}{4}$ *ra.* *æquales* $463\frac{1}{8}$ N.

Est autem exemplum canonis primi. Facta igitur nunc operatione vt præcipitur, veniunt numeri $19\frac{1}{2}$ & 6, *vt suprà indicatum.*

ALIA HVIVS EXEMPLI OPERATIO.

Vt in præmissa operatione radix posita, numerum rationis maiorem significabat, ita nunc, initio sumpto à minore, esto quòd radix posita significet numerum rationis minorẽ, cum sic regula proportionum (dicendo 4 dãt 1 ra. quid 13) maior numerus fit $3\frac{1}{4}$ ra. multiplicatione & additione peractis, veniunt.

$3\frac{1}{4}$ *pri.* + $4\frac{1}{4}$ *ra.* *æquales* $142\frac{1}{2}$ N.

Vel, reductione facta, &c.

1 *pri* + $\frac{17}{13}$ *ra.* *æquales* $\frac{170}{13}$ N

Secundum. *Proficiscitur aliquis peregrè, vadit autem primo die* $1\frac{1}{2}$ *miliare, secundo deinde dies atq; deinceps sequentium ordine omnium itinera, arithmetica medietate absoluit, iter cuiusq; sequentis super præcedentis diei iter in miliaris vna sexta augens. Nunc verò cùm ille secundum hanc medietatem, iter quoddam 1370 vel 2955 miliariorum absoluendum & perambulandum sibi instituerit, in quanto tempore id facere poßit, quæstio erit.*

Facit quantum ad { *primum quidem, in 17 septimanis, & 1 die.* / *secundum verò, in semestri, minus 2 diebus.* }

OPERATIO.

Ponatur 1 radix dierum, quo illud iter absoluat, & erit 1 *ra.* — 1 N, *excessuũ numerus. Et quia* $\frac{1}{6}$ *miliaris, excessus cõmunis, erit* $\frac{1\ ra. - 1\ N}{6}$, *excessuũ summa. Et quia etiã* $1\frac{1}{2}$ *miliaris primus num erus,* $\frac{1\ ra. + 8\ N}{6}$ *igitur, vltimus numerus erit*

Atq; sic $\frac{1\ ra. + 17\ N}{6}$ *ex primo & vltimo aggregatũ, & tandem multiplicatione facta,* $\frac{1\ pri. + 17\ ra.}{12\ N}$ *æquales* 1370 *vel* 2955 N, *&c.*

3 *Numerus in duo diuisus est, in 4 scilicet, partem notam, & alium deinde numerum, partem scilicet ignotam. Quoniam autem parte ignota multiplicata primò in se, deinde cum parte etiam illa nota, 117 colliguntur,*

quantus fuerit totus numerus? *Facit* 13

quanta item ignota pars? 9

OPERATIO.

Ponatur 1 *ra.* *numerus diuisus. Et quia* 4, *vna & nota pars, atq; sic* 1 *ra.* — 4 N, *pars ignota, vltimò tãdẽ, multiplicatione scilicet facta*

4 *ra.* + 117 N *vni primæ æquales erunt.*

Est autem exemplum canonis secundi, &c.

ALIA OPERATIO.

4 *pars* *data ex hypothesi,*
1 *radix,* *non data, quare tandem*
1 *pri.* + 4 *ra.* *æqual.* 117 N. *Exemplum canonis primi.*

4 *Sunt tres numeri continuè proportionales, vnus autem extremorum cum sint* $20\frac{1}{4}$, *alter verò & duplum medij,* 22 *faciant, quantus vterq; sit, medius scilicet & alter extremorum, quæritur.*

Facit *medius quidem* 9
alter verò extre. 4

OPERATIO.

$20\frac{1}{4}$ *vel* $20\frac{1}{4}$
1 *ra.* 11 N — $\frac{1}{2}$ *ra.*
22 N — 2 *ra.* 1 *ra.*

Facta multiplicatione, veniunt vltimò

N *pri.* *ra.* *ra.* *pri.* N
$445\frac{1}{2}$ *æquales* 1 + $40\frac{1}{2}$ 125 *æqua.* 1 + 484
Exemplum canonis primi *Canonis tertij.*

5 *Propositum est diuidere numerum* 8 *in duas partes, quarum secundæ quantitates, vnà cum primis, & bis ipsis numeris,* 199 *faciant, quæritur, &cæ.*

Facit 5 & 3.

OPERATIO.

1 *ra.* 1 *pri.* 1 *se.*
8N — 1 *ra.* 64 N — 16 *ra.* + 1 *pri.* 512 N — 192 *ra.* + 24 *pri.* — 1 *se.*
584 N — 208 *ra.* + 26 *pri.* *æquales* 194 N

Vel additis & subtractis æqualibus,
veniunt 26 *pri.* + 390 N *æquales* 208 *ra.*
Est autem exemplum canonis tertij, atq; radicis valor 3 *vel* 5, *vt lubet, prior pars. Quare posterior* 8 *minus, &cæ.*

6. *Duo habent merces cuiusdam libras vel vlnas* 11. *Quoniam autem, cùm quot vlnas primus habet, tot secundus vno coronato vendere soleat, primus deinde, quia vno coronato tantùm exponit, quanta est* $\frac{1}{6}$ *earum vlnarum quas secundus habet, atque cùm sic ambo* 6 *coronatos,*

vno sextante minus, acceperint, quot vlnas seorsim vterq; habuerit, quot deinde vlnas vno coronato vendiderit, quæritur.

Facit { primus 2 vl. / secund. 9 vl. } *Vendidit autem vno corona.* { $1\frac{1}{2}$ vl. / 2 vl. }

OPERATIO.

Primus 1 ra. *Accipiunt* $\frac{6 \text{ ra.}}{11 N - 1 \text{ ra.}}$

secundus. 11 N — 1 ra. *autem* $\frac{11 N - 1 \text{ ra.}}{1 \text{ ra.}}$

$$Quare \ \frac{121 N + 7 \text{ pri.} - 22 \text{ ra.}}{11 \text{ ra.} - 1 \text{ pri.}} \ æqua. \ 5\frac{5}{6} N$$

In integris deinde & vltimò

veniunt 77 *pri.* + 726 N *æqual,* 517 *ra.*

Est autem exemplum canonis tertij, atq; facta operatione, radicis valor 2 pro negociatore primo. Quantum nunc secundus habuerit, quot deinde vterq; vlnas vno coronato vendiderit, facili calculo hac ex ipsa positionis solutione, seu exempli huius hypothesibus haberi possunt.

Esto nunc quòd ambo acceperint 7 coronatos, vlnæ verò $24\frac{1}{2}$ fuerint, cæteris manentibus.

Operatione igitur instituta veniunt quòd primus habuerit $3\frac{1}{2}$ vlnas. Quare sic secundus reliquas 21. & quòd vterque vno coronato vlnas $3\frac{1}{2}$ exposuerit.

7. *Habent duo sericum, vnus quidem 40, alter verò 90 vlnas. Quoniam autem, cùm primus in triente vlnæ plus, vno coronato det quàm ipse secundus, atq; deinde in medium collatis pecuniis, 42 coronatos numerent, quot vterq; vlnas vno coronato exposuerit, quæritur* Facit { *primus* $3\frac{2}{3}$ / *secundus* 3 }

OPERATIO.

in triente +. vl. 40 *Pri.* 1 *ra.* + $\frac{2}{3}$ N *Accepta pec.* $\frac{120 N}{3 \text{ ra.} + 1 N}$

4 *coro.*

&ca.

90 *se.* 1 *ra.* $\frac{90 N}{1 \text{ ra.}}$

Ad regulam proportionum quantitates posita.

vlnae	*coro.*	*vlnae.*
$\frac{2\ ra. + 1\ N}{3}$	*vno*	40
		Facit &c.
1 *ra.*	*vno*	90

Facta additione, veniunt

$$\frac{390\ ra. + 90\ N}{3\ pri. + 1\ ra.}\ \textit{aequales}\ 42\ N$$

Sub vna denominatione deinde atq; vltimò, in minimis item

$$58\ ra. + 15\ N\ \textit{aequales}\ 21\ pri.$$

Est autem exemplum canonis secundi, atq; operatio sic instituenda,

$$\frac{58}{21}\ ra. + \frac{15}{21}\ N\ \textit{aequales}\ 1\ pri.$$

$\frac{29}{21}$ *in se,* $\frac{841}{441}$. + $\frac{15}{21}$, *veniunt* $\frac{1156}{441}$ *cuius radix qua.* $\frac{34}{21}$ & $\frac{29}{21}$ *(quae simul, 3 constituunt) numerus est vlnarum, quot secundus pro vno coronato exposuit.*

Primi igitur $3\frac{2}{3}$

ALIA HVIVS EXEMPLI OPERATIO.

Esto quòd vno coronato vendat

vln.		*vln.*		*coro.*
40.	*Primus quidem*	1 *ra.*	*accepta pecunia*	$\frac{40\ N}{1\ ra.}$
90	*quare secun.*	1 *ra.* — $\frac{1}{3}$ N		$\frac{270\ N}{3\ ra. - N}$

Facta additione acceptorum, veniunt

$$\frac{390\ ra. - 40\ N}{3\ pri. - 1\ ra.}\ \textit{aequales}\ 42\ N$$

In integris veniunt

$$390\ ra. - 40\ N\ \textit{aequales}\ 126\ pri. - 42\ ra.$$

Vltimo verò & in minimis.

$$216\ ra.\ \textit{aequales}\ 63\ pri. + 20\ N$$

Est autem exemplum canonis tertij, vnde operatio sic instituenda.

$$2\tfrac{26}{63}\ ra.\ \textit{vel}\ \tfrac{24}{7}\ ra.\ \textit{aequa.}\ 1.\ pri. + \tfrac{20}{63}\ N$$

$\frac{24}{7}$ $\frac{12}{7}$ *in se,* $\frac{144}{49}$ *minus* $\frac{20}{63}$

manent $\frac{1156}{441}$. *Huius radix* $\frac{34}{21}$ $\left\{\begin{array}{l}de\\ \\ ad\end{array}\right.$ $\frac{5}{3}$ *vel* $\frac{35}{21}$

manent $\frac{1}{21}$, *non verus: vel veniunt* $3\frac{2}{7}$, *verus numerus. Id quod nunc examinari potest.*

AEQVATIO TERTIA.

Tertia æquatio est ferè eadem cum secunda: nam & hæc tres numeros tribus diuersis characteribus signatos requirit. Sunt tamen in hac numerorum characteres non continui, verùm semper inter quosque duos sibi proximos, iam vnus, iam verò duo vel plures omissi: ac duo tandem vnì, vel vnus character cum suo numero duobus æqualis esse profertur. Quapropter vt secunda, ita & huius tertiæ æquationis est operatio, nisi quod postquam ad finem operationis peruentum fuerit, vbi iam radicis valor expectandus esset, cùm non radicis, verùm alterius cuiusdam characteris valor sese offerat, illius characteris secundum sui exigentiam (prout quidem vnus vel plures characteres sint omissi) radix, vt in prima æquatione factum quærenda, atq; per eam tandè inuenta, radicis valor exprimendus erit. Hac nullam requirit demonstrationem, cùm ex præcedentibus duabus (quarum demonstrationes vnde peti debeant, indicauimus) composita sit.

SEQVVNTVR EXEMPLA.

Primum. 9 *Ter.* + 5 *pri. æquales* 294 N
$\frac{5}{9}$ $\frac{294}{9}$

$\frac{5}{18}$ *in se*, $\frac{25}{324}$, *plus* $\frac{294}{9}$, *veniunt* $\frac{10609}{324}$. *Huius radix* $\frac{103}{18}$ *minus* $\frac{5}{18}$ *manent* $\frac{98}{18}$ *vel* $\frac{49}{9}$ *Atq; is esset numerus solutionis. sed quia vtrinque vnus character negligitur, huius igitur numeri, vt primæ quantitatis, radix*, $2\frac{1}{3}$ *scilicet, numerus solutionis erit.*

Secundum. $14\frac{7}{8}$ *sec.* + $1200\frac{1}{2}$ N *æqua.* 1. *Quin.*

$7\frac{7}{16}$ *in se*, $\frac{14161}{256}$ *plus* $1200\frac{1}{2}$, *veniunt* $\frac{321489}{256}$. *Huius ra.* $\frac{567}{16}$, *plus* $7\frac{7}{16}$, *veniunt* $\frac{686}{16}$ *vel* $\frac{343}{8}$. *Atque is esset numerus solutionis. sed quia vtrinque duo characteres negliguntur, huius igitur numeri secundæ quantitatis radix*, $3\frac{1}{2}$ *scilicet, numerus solutionis erit.*

Tertium. 1 *sep.* + 2401 N *æquantur* 2402 *ter.*

1201 *in se*, 1442401, *minus* 2401, *manent* 1440000. *Huius radix quadrata,*

sunt 1200 { *de* / *ad* } 1201, *& colliguntur hîc quidem* 2401, *illic verò* 1 *manet, vterque solutionis numerus. Sed quia vtrinque omittuntur tres characteres, non ij igitur numeri, sed horum numerorum, vt tertiarũ quantitatum, radices, quæ sunt* 1 *&* 7, *solutionis numeri erunt.*

His certè tribus exemplis videre Lector poterit, quàm planè idem sit huius ac præcedentis secundæ æquationis processus. nisi quòd in hac vltimò, prout quidẽ characteres plures vel pauciores intermissi fuerint, radix quærenda sit. Vno igitur atq; altero pro hac æquatione exemplo posito, ad alias huius regulæ præceptiones pergendum erit.

SEQVVNTVR NVNC QVÆDAM ÆNIGMATA, SEV QVÆSTIONES, QVOrum solutiones tandem hanc æquationem requirunt.

Primum. Propositum est inuenire duos numeros, quorum multiplicatio quidem vnius cum altero 24. *secundæ verò illorum quantitates simul iunctæ* 280, *vel* 539 *constituant. quæritur, quinam sint illi duo numeri.*

Facit 4 *&* 6, *vel* 3 *&* 8.

OPERATIO.

Numeri		*Secundæ quantitates, primi*	*secundi numeri.*
1 *ra.*	$\frac{24\ N}{1\ ra.}$	1 *se.*	$\frac{13824\ N.}{1\ se.}$

Quantitatibus secundis simul iunctis, veniunt

$\frac{1\ qum. + 13824\ N}{1\ se.}$ *æquales* 280 *vel* 539 N.

In integris quantum ad numerum 280.

1 *Qum.* + 13824 N *æquales* 280 *se.*

140 *in se*, 19600, *minus* 13824, *manẽt* 5776. *Huius radix quadrata*

76 { de / ad } 140. *medieta. medij, manent* 64, *vel proueniunt* 216, *radicis quidem valores ac quæstionis numeri, si characteres cōtinui essent. Sed quia vtrinque duo characteres neglecti sunt, non igitur hi, sed horum numerorum, vt secundarum quantitatum radices,* 4 *scilicet &* 6, *quæstionis numeri erunt. Id quod nunc probari potest, vt sequitur.*

Quantum ad numerum

priorem		280	*posteriorem*		539
Numeri propositi		*Secun. quanti.*	*Numeri propos.*		*Secundæ quantitates*
4	16	64	3	9	27
6	36	216	8	64	512
24		280	24		539

Secundum. Propositum est inuenire numerum, cuius quadratum post quam primò acceperit 8, *secundo verò* 3 *amiserit, vt multiplicatio tandem collecti cum residuo* 6942 *producat.*

Facit 9

OPERATIO.

1 *ra.* 1 *pri.* + 8 N
1 *pri.* 1 *pri.* — 3 N

1 *ter.* + 5 *pri.* — 24 N *æquales* 6942 N.

Vel additis quæ sunt addenda, nimirū — 24 N, *parti vtriq; veniunt*

1 *ter* + 5 *pri.* *æqua.* 6966 N.

Est autem in secunda æquatione exemplum canonis primi, quare secundum illius præceptionem operatio instituenda est. Veniunt autem operatione absoluta 81, *tanquam radicis valor. Sed quia vnus character vtrinq; inter duos proximos est neglectus, non igitur ipse numerus, sed eius radix quadrata,* 9 *scilicet, radicis valor & numerus quæsitus erit, id quod nunc examinari poterit.*

Tertium. Propositum est inuenire numerum, cuius quadratum, postquam primò acceperit 8, *numerus verò ipse* 3 *amiserit, vt multiplicatio tandem collecti cum residuo* 534 *producat.*

Facit 9

SEQVVNTVR NVNC ALIAE HVIVS REGVLAE PRAECEPTIONES, ALGORITHMI NIMIrum, *vt vocant, de surdis quadratorum, cubicorum, & id genus, Binomiorum item & Residuorum, per singulas species tractatio.*

NVMERI *igitur surdi sunt, quorum radices desideratæ, numero certo expressæ, inueniri nequeunt. Vt numerus 3, quia non 3, sed ex ipso quantitatis cuiusdam radix expetitur, licet per se rationalis sit numerus, tamen ratione illius defectus, iam irrationalis & surdus appellatur. Eadem ratione 17.13.21.346, multi item numeri alij, pro surdis haberi solent. Notantur autem, vt in sequentibus apparet, huiusmodi surdi, prout radix alia atque alia desideratur, suis propriis notis. Quod ipsum ideo fit, vt nimirum eorum à rationalibus numeris discrepantia (qui absque signo & absolutè proferũtur) cognosci possit. Quia autem variæ sunt numerorum secundum quãtitates appellationes, cum alij primæ quantitatis, alij verò secundæ, tertiæ, quartæ, vel decimæ, ac deinceps quarumuis aliarum quantitatum appellationem habeant, varios etiam horum surdorum numerorũ Algorithmos, seu tractationes esse, necessariò sequitur. Atque de his nunc ordine dicendum erit. & primò quidem:*

DE SVRDIS NVMERORVM PRIMAE QVANTITATIS, SEV, VT VOcant, *Quadratorum.*

NVMERATIO VEL ENVNCIATIO.
Caput I.

ENunciatio est facilis. Primò enim character, vel syllaba, qua numero præscripta est, per quam etiam numerum propositum, Surdum esse significamus, mox deinde numerus ipse exprimitur. Vt exempli gratia. ra. 29 exprimitur, Radix viginti no-

uem. Intelligitur autem radix quadrata, cum in præsentia sit quadratorum tractatio. In cubicis verò, de quibus erit tractatio sequens, cubica vel secundæ quantitatis radix consideratur. Atque in genere, cuiuscunque sanè quantitatis tractatio fuerit, eius conditio per notam radicis, Ra. significatur, ac deinde etiam exprimitur. Solent tamen multi, & bene etiam, has desideratas radices, suis punctis cū linea quadam à dextro latere ascendente, notare, atque sic pro radice quidem quadrata, vbi hæc in aliquo numero desideratur, notam √. pro cubica verò, ⸫√: ac radicis radice deinde, √ præponunt: de quo obiter admonere Lectorem volui.

MVLTIPLICATIO. CAP. II.

Multiplicatio surdorum in genere, est radicis vnius surdi numeri toties, quot sunt vnitates in radice surdi alterius, coacervatio. Hæc autem perficitur, multiplicatione vnius numeri rationalis (neglecto charactere) cum numero rationali altero. Nam statim tandem radix producti, id quod ex multiplicatione radicis vnius cum radice surdi alterius proueneritt, indicabit.

EXEMPLA SVNT.

ra. 7 cum ra. 8	Item,	ra. 24 cum ra. 54
produ. ra. 56		produ. 36

Quod autem in his duobus exemplis, multiplicatio in vno quidem, Surdum: in altero verò, rationalem numerum produxerit, mirandum non est. Posse enim id fieri in multiplicatione surdorum, docetur propositionibus 19 & 21 decimi libri Euclidis.

SEQVVNTVR EXEMPLA ALIA.

ra. 6 cum ra. 24	Item,	ra. $12\frac{1}{2}$ cum ra. $4\frac{1}{2}$
produ. 12		produ. $7\frac{1}{2}$

ADHVC ALIA.

3 cum √ 8	Item,	$4\frac{1}{2}$ cum √ 14
produ. √ 72		produ. √ $283\frac{1}{2}$

In his duobus exemplis, cum vnus numerus surdus, alter verò rationalis sit, numerus rationalis, ad similem ipsius surdi quātitatis appellationē, multiplicatione reducendus erit. Nam semper vnius appellationis esse numeros in surdorum tractatione, cùm hac in regula, tum in sequentibus necesse est. Ex quo nunc sequitur, cum vna surdorum debeat esse quantitatis appellatio: quod duplare quidem hoc loco, per 4, hoc est, per binarij quadratum:

triplare verò & quadruplare, ac præterea si quæ sint multiplicationes aliæ, per illorum numerorum quadrata, 9 scilicet & 16, atque ordine deinceps, perficiendæ sint, ac fieri debeant.

SEQVVNTVR EXEMPLA.

ra. 8 *bis*	*ra.* 8 *ter.*	*ra.* 8. *quater.*
produ. ra. 32	*produ. ra.* 72	*produ. ra.* 128

Est autem huius tractationis tanquam examen, ipsa Diuisio, quæ iam sequitur.

DIVISIO, CAP. III.

Diuisio surdorum in genere, est & inuentio numeri, cuius radix tot habeat vnitates, quoties radix diuidens, continetur in ipsa radice diuidenda. Hæc autem perficitur, diuisione vnius numeri rationalis (neglecto charactere) in numerum rationalem alterum. Nam statim randem exeuntis radix, id, quod ex diuisione radicis vnius in radicem surdi alterius exierit, indicabit.

EXEMPLA SVNT.

ra. 56 *in ra.* 8 *exit ra.* 7 — *Item,* *ra.* 72 *in ra.* 8 *exeunt* 3

ALIVD EXEMPLVM.

ra. $457\frac{1}{3}$ *in ra.* 21 *exit ra.* $21\frac{7}{9}$.

ALIA.

$\surd 7\frac{1}{5}$ *in* $\frac{2}{3}$ *exit* $\surd 16\frac{1}{5}$ — *Item,* $\frac{2}{3}$ *in* $\surd \frac{3}{4}$ *exit* $\surd \frac{16}{27}$

Diuidatur radix numeri 8 *in*

2, *exit* $\surd$ 2 — *in* 3, *exit* $\surd \frac{8}{9}$ — *in* 4, *exit* $\surd \frac{1}{2}$

Id quod ex præmissis patet.

Huius tractationis tanquam examen, est ipsa multiplicatio, quæ paulo antè descripta est.

ADDITIO. CAP. IIII.

Additio surdorum in genere, est radicum propositorum surdorum, in vnam summã collectio. Hæc autem ex 4 propositione secundi Euclidis perficitur hoc modo. Sumantur surdorum, tanquam partiũ alicuius totius (lineæ, seu numeri) in partes diuisi, quadrata: vna deinde parte vel numero, cum altero multiplicato, id

qui producitur numerus, quum allegata propositio dicat bis, duplicetur: hoc est, per 4, vt in multiplicatione dictum est, multiplicetur. Quia verò hæc omnia, partium videlicet totius, hoc est, numerorum surdorum, quadrata, & quod producunt illi surdi inter se multiplicati bis, ex allegata propositione, totius numeri quadrato æqualia sunt: his igitur omnibus in vnū collectis, radice deinde quadrata collecti quæsita, per eam tandem radicum summa datorum surdorum indicabitur.

EXEMPLA SVNT.

ra. 12 ad ra. 20		Item,	ra. 15 ad ra. 17	
12	20		15	17
ra. 240			ra. 255	
bis per 4			bis per 4	
ra. 960			ra. 1020.	

Facta additione, veniunt

32 + ra. 960   32 + ra. 1020

quadratum totius.

Radix igitur huius collecti, vel totius, quadrata, quæ est

Radix collecti, 32 + √ 960   ra. col. 32 + √ 1020

surdorum propositorum summa radicum erit.

Adduntur huiusmodi numerorum surdorum radices commodius per particulam illam Plus, vel per eius signum +, quod idem est, sic

ra. 20 *plus* ra. 12 *Item*   ra. 17 + ra. 15

Quòd si vno surdo cū altero multiplicato, producti radix assignari queat, tum loco illius producti radix assumenda, ac binario deinde ea duplanda est. Quo facto, & brevior & expeditior erit operatio.

EXEMPLA SVNT.

ra. 27 ad ra. 12		Item,	ra. 18 ad ra. 32	
27	12		18	32
ra. 324			ra. 576	
18			24	
bis			bis	
36			48	
75		*Omnium productorum summa*	98	
ra. 75		*Radicum summa.*	ra. 98	

Atque is est generalis additionis surdorum canon. Sed quia numerorum surdorum, alij compositi, seu, vt vocant, commensurabiles inter se sunt, alij

deinde incompositi & incommensurabiles. Ac commensurabiles quidem sunt, qui alicuius communis numeri diuisione, ad quadratos reduci possunt, vt sunt ra. 6 & ra. 54, item ra. 27 & ra. 12: Incommensurabiles verò, qui nullo communi numero, diuidendo, ad quadratos reduci possunt, vt sunt ra. 7 & ra. 13, item ra. 12 & ra. 20. Qui commensurabiles inter se sunt surdi, alia & breuiori via, quàm in generali regula traditum est, addi possunt, in hunc modum.

Reducantur primò surdi hi commensurabiles ad numeros quadratos, quadratorũ deinde radices simul addantur, & quod colligitur, huius quadratum cùm communi surdorum commensurabiliũ numero multiplicetur. quo facto, producti radix propositorum surdorũ radicum summam indicabit, quod per duo exempla præmissa sequenti calculo cernere licebit.

	ra. 27 ad ra. 12		Item ra. 18 ad ra. 32
com.	9 quadrata 4	com.	9 quadrata. 16
nu.	3 3 radices 2	nu.	2 3 ra. 4
	5 in se.		7 in se
	25		49
	com. numerus 3		com. numerus 2
	75		98
	Summa radicum $\surd$ 75		Summa radicum $\surd$ 98

Simili modo cùm aliis exemplis omnibus, hæc, siue per numeros integros, siue per fractiones, seu per integros & fractiones exposita fuerint, procedendum erit.

EXEMPLA.

ra. $5\frac{1}{3}$ ad ra $6\frac{3}{4}$ Facit ra. $24\frac{1}{12}$. Item ra. $26\frac{2}{3}$ ad ra. $33\frac{3}{4}$ Facit ra. $120\frac{5}{12}$

ALIVD EXEMPLVM.

3 ad ra. 8. Facit radix collecti 17 + $\surd$ 288. Vel 3 + $\surd$ 8.

Est autem huius tractationis tanquam examen ipsa subtractio, quæ iam sequitur.

SVBTRACTIO. CAP. V.

Subtractio surdorum in genere, est radicis unius propositi surdi de radice alterius subtractio. Hæc autem ex propositione 7. secundi Euclidis, perficitur hoc modo. Sumantur quadrata amborum, hoc est, eius à quo debet fieri subtractio, ut totius, atq; etiam radicis subtrahendæ, ut unius partis lineæ, vel numeri diuisi. Et quia hæc simul collecta, ex allegata propositione, æqualia sunt numero, quem producit totum cùm dicta parte, hoc est, una radix cum altera multiplicata bis, & quadrato alterius partis, hoc hoc est, quadrato radicis residuæ. Ab illo igitur quadratorum collecto, numerus quem producunt radices inter se multiplicatæ bis, subtrahendus, residui deinde radix quærenda: qua inuenta subtractio absoluta erit, cùm per hanc ipsam remanentis seu residui radix indicabitur.

EXEMPLA SVNT.

ra. 12. de ra. 20	Item ra. 15 de ra. 17
12 — 20	15 — 17
ra. 240	ra. 255
bis per 4	bis per 4
ra. 960	ra. 1020

Facta subtractione manent

32 — ra. 960   32 — ra. 1020

remanentis vel residuæ radicis quadratum.

Radix igitur huius residui quadrata, quæ est

radix residui 32 — √ 960   radix residui 32 — √ 1020

remanentis surdi radix quadrata erit.

Subtrahuntur huiusmodi numerorum surdorum radices commodius per particulam illam Minus, vel per eius signum —, quod idem est, sic,

ra. 20 minus ra. 12   Item   ra. 17 — ra. 15.

ALIA EXEMPLA.

ra. 27 de ra. 75.	Item ra. 32 de ra. 98
27 — 75	32 — 98
102	130
2025	3136
45	56
bis	bis
90	112

	12	quadratum residui	18	
ra.	12	*igitur*	*ra.* 18	*igitur*

radix residui.

Quia verò & in hac specie, quemadmodum in praecedenti, aliàs commẽsurabilium, aliàs incommensurabilium surdorum fit subtractio: vbi commensurabiles fuerint propositi, hi eodem, quod in additione traditum est, compẽdio, vnus ab altero subtrahi poterit. nisi quod hic radix à radice subtrahenda, cùm illic vna alteri addenda sit. Residuae deinde radicis quadrato, vt in additione aggregati ex radicibus quadrato, cum numero, quo scilicet propositi surdi ad quadratos reducti sunt, multiplicato, ex producto tãdem radice quaesita, subtractio peracta erit. Quod per duo exempla praemissa sequenti calculo cernere licebit.

ra. 27 de *ra.* 75			Item	*ra* 32 de *ra.* 98		
com. nu.				com. nu.		
3	9 *quadra.*	25		2	16 *quadra.*	49
	3 *radices*	5			4 *ra.*	7
	2	*in se*			3	*in se*
		4				9
	communis nume.	3			*com. numerus*	2
		12				18
	Radix residua √	12			*Radix residua* √	18

Simili modo cùm aliis exemplis omnibus, hac siue per numeros integros, siue per fractiones, seu per integros & fractiones, exposita fuerit, procedendum erit.

EXEMPLA.

ra. $6\frac{3}{4}$ *de ra.* $8\frac{1}{3}$ — *manet ra.* $\frac{1}{12}$ Item *ra.* $\frac{2}{3}$ *de ra.* $\frac{3}{8}$ — *ma. ra.* $\frac{1}{24}$

ALIVD EXEMPLVM.

ra. $26\frac{2}{3}$ *de ra.* $33\frac{3}{4}$ *ma. ra.* $\frac{5}{12}$.

ADHVC ALIVD.

ra. $6\frac{3}{4}$ *de ra.* $12\frac{1}{12}$, *manet radix residui* $18\frac{5}{6} - \surd 326\frac{1}{4}$.

Hac autem est, vt quidem suo loco cognoscetur, $\surd 12\frac{1}{12} - \surd 6\frac{3}{4}$ *id quod examinari potest.*

Huius tractationis tanquam examen, est ipsa additio, quae paulo ante descripta est.

SEQVITVR SECVNDO EXEMplum de *Residuis.*

4 — *ra.* 7
4 — *ra.* 8

8, *minus radix Binomij.* 15 + *ra.* 224
Vel 8, *minus radix* 7, *minus item ra.* 8

ALIA EXEMPLA.

ra. 48 — 6	*ra.* 3 — *ra.* 2
ra. 3 — 1	3 — *ra.* 5
ra. 75 — 7	3 + *ra.* 3 — *ra.* 2 — *ra.* 5

ALIVD EXEMPLVM.

ra. 1620 — 18
54 — *ra.* 1620
Summa 36.

SEQVVNTVR TERTIO EXEMPLA *de Binomus & Residuis.*

4 + *ra.* 7	4 + *ra.* 8
4 — *ra.* 8	4 — *ra.* 7
8, *minus radix residui*	8 *plus radix residui*
15 — *ra.* 224	15 — *ra.* 224
Vel ma. 8 + √7 — √8	*Vel ma.* 8 + √8 — √7.

ALIA DVO EXEMPLA.

ra. 12 + 3	4 — *ra.* 7
ra. 12 — 3	3 + *ra.* 28
ra. 48	7 + *ra.* 7

SVBTRACTIO. CAP. III.

QVemadmodum in Additione, vnius appellationis numeri addendi: ita nunc, vt Subtractio perficiatur, vnus ab altero, absolutus scilicet numerus ab absoluto, & denominatus à denominato subtrahendus est, Quòd si interea, quid cum signis + & — fieri debeat, non oscitanter obserues, nihil est quod vltra desiderare possis.

SEQVVNTVR EXEMPLA, ET PRImò de Binomiis,

ra. 12 + 3
ra. 12 + 2
manet 1

12 + ra. 63
8 + ra. 28
4 + ra. 7

ALIVD EXEMPLVM.

4 + ra. 8
4 + ra. 7
manet radix residui 15 — √ 224, vel ma. √ 8 — √ 7.

EXEMPLA SECVNDO DE RESIDVIS.

4 — ra. 7
4 — ra. 8
manet
ra. residui 15 — √ 224

4 — ra. 8
4 — ra. 7
Impossibile, vel ma.
minus radix resi. 15 — √ 224

ALIA DVO EXEMPLA.

ra. 60 — ra. 20
ra. 20 — ra. 15
ma. ra. 135 — ra. 80

ra. 12 — 6
6 — ra. 12
ma. ra. 48 — 12

ALIA EXEMPLA.

6 — ra. 24
3 — ra. 6
3 — ra. 6

ra. 108 — 9
ra. 48 — 4
ra. 12 — 5

SEQVVNTVR TERTIO EXEMPLA DE Binomiis & Residuis.

4 + ra. 7
4 — ra. 7
ma. ra. 28

ra. 27 — 8
ra. 3 + 4
ma. ra. 12 — 12

ALIVD EXEMPLVM.

24 + ra. 24 Vel 24 + ra. 12.
16 — ra 12 16 — ra. 24
manent vtrobiq; 8 plus radix Bino. 36 + √ 1152

ADHVC ALIVD EXEMPLVM.

24 — ra. 24 24 — ra. 12
24 + ra. 12 24 + ra. 24
manent vtrobiq; 8 minus radix Bino. 36. + √ 1152.

MVLTIPLICATIO. CAP. IIII.

Multiplicentur singularum appellationum numeri multiplicantis, cum singularum appellationum numeris ipsius multiplicandi, productis deinde singulis cũ suis signis debito modo additis, multiplicatio absoluta erit. Hoc tamen curabitur semper, vt singuli duo numeri, qui inter se multiplicari debent, vnius sint denominationis. quòd si sic, facilis erit omnis multiplicatio. Sin minus, multiplicatione, vt vna & eadem sit eorum denominatio, efficiendum est.

SEQVITVR EXEMPLVM.

4 + *ra.* 7
4 + *ra* 8
pro. 16 + *ra.* 128 + *ra.* 112 + *ra.* 56.

ALIA DVO EXEMPLA.

12 + *ra.* 20
12 + *ra.* 20
164 + *ra.* 11520

ra. 12 + 3
ra. 12 + 2
18 + *ra.* 300

ALIVD EXEMPLVM.

6 — *ra.* 5
6 — *ra.* 5
— *ra.* 180 + 5
+ 36 — *ra.* 180
produ. 41 — *ra.* 720

ALIA DVO EXEMPLA.

ra. 12 + 6
6 + *ra.* 12
ra. 1728 + 48

ra. 12 — 6
6 — *ra.* 12
ra. 1728 — 48

ADHVC ALIA DVO.

4 + *ra.* 7
4 — *ra.* 7
produ. 9

ra. 12 + 6
6 — *ra.* 12
produ. 24

DIVISIO. CAP. V.

IN Diuisione Binomiorum & Residuorum, cum diuisor aut numerus absolutus, aut denominatus, aut Binomium seu Residuum, esse possit, ad diuisionem commodius absoluendam, distinctione quadam opus erit. Diuisor itaque si numerus absolutus vel denominatus fuerit, in eum singuli ipsius diuidendi numeri, vt dictũ est, diuidantur. etenim exeuntibus deinde cum suis signis simul collectis, diuisio peracta erit. Quòd si fuerit Binomium, seu residuum: tunc tam diuisor, quàm etiam diuidendus, per diuisoris contrarium nomen, hoc est per Residuum, si binomium ipse fuerit: vel per binomium si residuũ fuerit, multiplicari debet: nam producti deinde (cum hæc ex 17 propositione Euclidis lib. septimi, eandem quam ipsi multiplicati, hoc est, diuidendus & diuisor propositi, rationem custodiant) illo scilicet quem diuidendus dederit in alterum, diuisis, diuisio peracta erit.

EXEMPLA PARTIS PRIORIS.

$\dfrac{8 + ra.\ 20 \quad in \quad 2}{exeunt \quad 4 + ra.\ 5}$ Item, $\dfrac{ra.\ 24 - 8 \quad in \quad 3}{exit\ ra.\ 2\tfrac{2}{3} - 2\tfrac{2}{3}}$

ALIA PRIORIS PARTIS EXEMPLA.

$\dfrac{8 + ra.\ 20 \quad in \quad ra.\ 5}{exit\ ra.\ 12\tfrac{4}{5} + 2}$ Item, $\dfrac{ra.\ 24 - 8 \quad in \quad \surd 6}{exeunt\ 2 - ra.\ 10\tfrac{2}{3}}$

EXEMPLVM PARTIS POSTERIORIS.

Diuidatur ra. 72 + ra. 32 in $\surd 10 + \surd 8$ Multiplicetur igitur vterq; numerus per $\surd 10 - \surd 8$, diuisoris Residuũ, contrarium scilicet nomen, & producuntur ra. 2000 — 40, diuidendus. 2 verò, numerus diuisor, diuisione deinde facta, erit exiẽs ra. 500 — 20, quod quidem multiplicatione eius cum diuisore primò posito, vt sequitur, probari poterit.

$$\begin{array}{r} ra.\ 500 - 20 \\ ra.\ 10 + ra.\ 8 \\ \hline + ra.\ 4000 - ra.\ 3200 \\ ra.\ 5000 - ra.\ 4000 \\ \hline \end{array}$$

produ. ra. 5000 — ra. 3200, atq; tantus est etiam diuidendus primò positus, ra. 72 + ra. 32, id quod subtractione tandẽ & additione patebit.

SEQVVNTVR ALIA EXEMPLA.

Diuidantur 9 *in residuum* 4 — *ra.* 7, *vel in Binomium* 4 + *ra.* 7
Exeunt hic quidem 4 — *ra.* 7, *illic verò* 4 + *ra.* 7.
Diuidatur Binomium 23 + *ra.* 448 *in* 4 + *ra.* 7
Exeunt 4 + *ra.* 7.
Quæritur autem huius diuisionis diuidendus numerus sic,

Multiplicentur	*Subtrahatur*
23 + √ 448	√ 2703 *de* √ 7168
cum 4 — √ 7	7 529 1024
92 — √ 3136	23 32
— √ 3703	9 *in se*
+ √ 7168	81
	7
produ. 36 + √ 567 *diuidendus*	√ 567. *Cætera nunc sunt facilia.*

Diuidantur 48 + *ra.* 432 + *ra.* 384 + *ra.* 72, *in Binomiũ* 8 + *ra.* 12. *exeunt* 6 + *ra.* 6, *id quod multiplicatione diuisoris cum exeunte probari potest.*

Diuidatur ra. 448 + *ra.* 336 *in ra. ra.* 252 + *ra. ra.* 28. *Exit ra. ra.* 252 + *ra. ra.* 28.

DE EO QVOMODO DISCREPANTIA BINOMIORVM ET RESIDVORVM cognoscatur, quomodo deinde ex eis radices quadratæ elici debeant.

Caput 6.

Quid sit Binomium in genere, quid item Residuum, ab initio huius Algorithmi dictum est. Et quia sex sunt tantum Binomiorum varietates seu species, quæ sit cuiusque propria definitio, nunc subiungere visum est.

EST IGITVR BINOMIVM, SEV EX BINIS NOMINIBVS

Prima, secunda, tertia, Quarta, quinta vel sexta. irrationalis quædam, ex duabus rationalibus, potentia tantum commensurabilibus composita, recta linea, quarum longior breuiore maius potest in quadrato linea, longiori longitu-

dine
- commensurabili, cuius item
  - longior / breuior / neutra — portio propositæ rationali longitudine commẽsurabilis existit, sicut est ex binis nominibus
    - Prima, — vt $6 + \surd 20$
    - secunda, — vt $\surd 18 + 4$
    - tertia, — vt $\surd 24 + \surd 18$
- incommensurabilis, cuius item
  - longior / breuior / neutra — portio propositæ rationali longitudine commensurabilis existit, sicut est ex binis nominibus
    - Quart. — vt $6 + \surd 24$
    - quinta, — vt $\surd 18 + 3$
    - sexta, — vt $\surd 24 + \surd 12$

Et tantum quidem de Binomiorum definitionibus. Residua porrò per aphæresin eodem modo se habent, quare

RESIDVVM SEV APOTOME

Prima, secunda, tertia. Quarta, quinta vel sexta. est irrationalis quædam, ex duabus rationalibus, potentia tantùm commensurabilibus, vbi quidem vna ab altera ablata fuerit tandem relicta, cuius tota ablata maius potest in quadrato lineæ, ipsi toti longitu-

dine
- commensurabili, cuius item
  - Tota / ablata / neutra — exposita rationali longitudine commensurabilis existit, sicut est apotome.
    - Prima, — vt $6 - \surd 20$
    - secunda, — vt $\surd 18 - 4$
    - tertia, — vt $\surd 24 - \surd 18$
- incommensurabilis, cuius item
  - Tota / ablata — exposita rationali longitudine commensurabilis existit, sicut est apotome
    - Quart. — vt $6 - \surd 20$
    - quinta, — vt $\surd 18 - 4$
    - Qui[illegible] — vt $\surd 24 - \surd 18$

Ex his

Ex his nunc patet, tam Binomia quàm etiam residua, licet aliquid commune habeant, mutuum quòd omnia in genere irrationales sint lineæ, duas item rationales, potentia tantum commensurabiles, rectas lineas ad earum constitutionem requirant, in triplici esse differentia, quarum prima quidem est. Quòd licet in omnibus Binomijs, longioris portionis quadratum, quadrato brevioris portionis maius sit, tamen in prioribus tribus, primo scilicet secundo & tertio, Binomijs, quadratum longioris brevioris portionis quadrato maius est, in quadrato lineæ, longiori longitudine commensurabili: in posterioribus verò, maius est in quadrato lineæ, longiori longitudine incommensurabili. vt, 12 + ra. 23, ra. 45 + 5 & ra. 20 + ra. 15. Item 12 + ra. 24, ra. 45 + 6 & ra. 20 + ra. 14.

Secunda verò, quòd Binomium primum & quartum, longiorem portionē rationalem, breviorem verò irrationalem: & contra, Binomium secūdum & quintum, breviorem rationalem, longiorem verò irrationalem habeant. vt, 18 + ra. 35, est Binomium primum, 18 + ra. 38, quartum. Sic ra. 48 + 6, secundum, sed ra. 48 + 5, quintum. Ac tertia deinde, quòd Binomium tertium & sextum, neutram portionem rationalē, sed vtramq; irrationalem habeant. vt ra. 60 + ra. 45, quod est tertium, at, ra. 60 + ra. 35, sextum Binomium est. Atq; secundum has differentias nunc facilè erit cuius, qualecunq; Binomium propositum fuerit, cuiusnam ordinis Binomium sit, iudicare.

ET QVIA IAM VNVMQVODQVE BINOMIVM, PER CONSEQVENS ETIAM VNVMQVODQVE RE-*siduum, cuiusnam ordinis Binomium vel residuum sit, intelligi potest: ad alterum huius capitis punctum, quomodo scilicet ex eis radices quadratę elici debeant, accedendum erit.*

QVòd omne Binomium possit esse radix quadrata alterius cuiusdā Binomij, ex eo perspici potest, quòd alias in absolutis numeris accidere consueuit, multiplicatione scilicet sui in se. Quòd item contrà, omne Binomium sit quadratum, seu radicem quadratam habeat, cum Euclides in senario decimi libri quarto, cuius initium est propositio 54: finis verò 59, singulorum Binomiorum radicibus propria nomina imponat, nisi hæ inueniri possent, ineptè fecisset, si rebus, quæ non sunt, nomina & appellationes imposuisset. Ex hoc igitur quarto decimi Euclidis senario commodè & verè infertur, omnia Binomia quadrata esse,

atq; sic etiam radices quadratas habere, licet de numero absoluto illud idem non concedatur. Dicit autem Euclides in prima huius senarij propositione, quod Areolam, hoc est, spatium sub rationali, atque ex binis nominibus prima comprehensum, potens, Irrationale sit, Ex binis item nominibus linea vocetur. Vnde nūc, cùm rationale id Vnitas etiam esse possit, vnitas insuper in quemcunq; numerum, vel quantitatem ducta, eandem producat rectam lineam, ex binis nominibus primam potentem, hoc est, primi Binomij tetragonicum latus, Binomium esse, facile colligitur. Eodem modo ex sequentibus huius senarij propositionibus ordine habetur. Secundi Binomij radicem quadratam, esse lineam irrationalem, atq; Ex binis medijs primam Tertij: lineam irrationalem, atq; Ex binis medijs secundam, Quarti lineam irrationalem, atq; Maiorem. Quinti verò: lineam irrationalem, atq; Rationale & medium potētem. Sexti deinde: lineam irrationalem, atq; Duo media potentem. Hac ille. Et quia iam satis constat, singula Binomia radices quadratas habere, ha quomodo nunc ex singulis elici debeant, per canonem quendam generalem traditur.

PRO ELICIENDIS BINOMIORVM RADICIbus quadratis, canon quidam generalis.

Binomio proposito, subtrahatur minoris quadratum de quadrato nominis maioris, atq; in residui quarta parte, vbi radix quadrata quæsita ac inuenta fuerit, ea medietati maioris nominis adijciatur: & erit eius quod inde colligetur radix quadrata, vna inuenienda radicis portio. Porrò si collectū de toto maiori nomine subtrahatur, tum radix residui quadrata, alterā portionem ostendet. Vtrisque igitur portionibus per signum + copulatis, totius Binomij propositi radix quadrata sese exhibebit.

SEQVVNTVR NVNC PRO SINGVLIS BINOmijs singula exempla.

23 + ra. 448 Binomium primum.

529 maioris nominis quadratum,
448 minoris nominis quadratum,

81 residuum, $\frac{81}{4}$ residui quarta pars
$4\frac{1}{2}$ quartę partis radix, ad $11\frac{1}{2}$ medietatem maioris,
venit 16, collectū: 4 deinde collecti radix, & vna inueniēda radicis portio.

23 totum & eius nomen,
16 collectum,

7 residuum. ra. 7 deinde,

Residuus radix, & altera inuemendæ radicis portio.
Tota igitur Binomij propositi radix quadrata,
4 + ra. 7, *quæ erat inuemenda.*

Est autem, vt habet propositio huius iam commemorati senarij prima, linea irrationalis, & Ex binis nominibus vna. Quòd porrò sit vera Binomij radix, id multiplicatione sui in se probari potest.

ALIA DVO EXEMPLA, DE BINOMIO

secundo,	*tertio,*
ra. 448 + 14	ra. 448 + ra. 336
448	448
196	336
252	112
63	28
ra. 63 ad ra. 112, veniunt	ra. 28 ad ra. 112, veniunt
ra. 343, de ra. 448, ma. ra. 7	ra 252 de ra. 448, ma. ra. 28
ergo √ 343 + √ 7	ergo √ 252 + √ 28

radix quadrata est Binomij propositi

Linea item irrationalis, & respectu quidem Binomij secundi, Ex binis medijs prima, vt habet propositio secunda. Consideratione verò Binomij tertij, linea irrationalis, & Ex binis medijs secunda, vt habet propositio tertia. Quòd porrò veræ Binomiorum radices quadratæ inuentæ sint, id multiplicatione, vt sequitur, examinari potest.

EXAMEN.

Binomij secundi,	*Binomij tertij.*
ra. ra. 343 + ra. ra. 7	√ 252 + √ 28
ra. ra. 343 + ra. ra. 7	√ 252 + √ 28
ra. 343 + ra. 7	√ 252 + √ 28
ra. ra. 2401 vel 7	√ 7056
ra. ra. 2401 vel 7	√ 7056
Summa productorum.	
ra. 448 + 14	√ 448 + √ 336
Binomia	*proposita*

ALIVD EXEMPLVM DE BINOMIO QVARTO.

24 + *ra.* 448

576 *maioris nominis quadratum,*
448 *minoris nominis quadratum,*

128 *Residuum,*
32, *residui quarta pars,*

ra. 32, *quartę partis radix, ad* 12, *medietatem maioris, colliguntur* 12 + *ra* 32, *cuius radix quadrata, Radix Binomij* 12 + *ra.* 32, *vna & cę. portio.*

24, *Totum maius nomen,*
12 + *ra.* 32, *id quod collectum est,*

manent 12 — *ra.* 32, *cuius radix quadrata, quæ est, Radix residui* 12 — √ 32, *portio altera.*

Tota igitur Binomij propositi radix quadrata est, Radix vtriusque tam scilicet Binomij 12 + √ 32, *quàm etiā residui* 12 — √ 32.

Est autem linea irrationalis, & Maior vocatur, vt dicit propositio huius senarij quarta. Quòd porrò sit vera propositi Binomij radix, multiplicatione, vt sequitur, probari potest.

Radix Binomij	12	+	√	32,	&	*radix resi.*	12		√ 32
Radix Binomij	12	+	√	32,	&	*radix resi.*	12	—	√ 32
	12	+	√	32,	+		12	—	√ 32
			ra.	112					
			ra.	112					

Summa productorum 24 + *ra.* 448, *Binomium scilicet propositum: bene igitur.*

ALIA DVO EXEMPLA DE BINOMIO

quinto,	*sexto,*
ra. 448 + 12	*ra.* 448 + *ra.* 352
448 *ma. nominis qua.*	448 *ma. no. quadratum*
144 *mi. nominis qua.*	352 *mi. no. quadratum*
304	96
76	24
ra. 76 *ad ra.* 112,	*ra.* 24 *ad ra.* 112,
colligitur ra. 112 + *ra.* 76.	*colligitur ra.* 112 + *ra,* 24.

Huius nunc radix quadrata, nimirum radix Binomij ra. 112 + ra. 76. *vna portio.* | *Binomij* ra. 112 + ra. 24 *vna portio*

ra. 448 *Totum ma. no.* ra 112 + ra. 76. *Id quod col.* | ra. 448 *Totum &ca.* ra. 112 + ra. 24 *Id*

ma. ra. 112 — ra. 76. | ma. ra. 112 — ra. 24.

Huius nunc radix quadrata, nimirum Radix residui ra. 112 — ra. 76. *pars altera.* | *residui* ra. 112 — ra. 24 *pars altera.*

Binomij igitur propositi radix est.

Radix vtriusq; Binomij scilicet $\sqrt{112} + \sqrt{76}$ *& Residui* $\sqrt{112} - \sqrt{76}$ | *Radix vtriusq; bino. scilicet* $\sqrt{112} + \sqrt{24}$ *& residu.* $\sqrt{112} - \sqrt{24}$

Est autem linea irrationalis, & vocatur

Rationale mediumq; potens, | *Duo media potens,*

vt quidem dicit propositio huius senarij

quinta | *sexta*

PROBA BINOMII QVINTI.

Radix Binomij	$\sqrt{112} + \sqrt{76}$	& ra. residui	$\sqrt{112} - \sqrt{76}$
Radix Binomij	$\sqrt{112} + \sqrt{76}$	& ra. residui	$\sqrt{112} - \sqrt{76}$
	$\sqrt{112} + \sqrt{76}$	&	$\sqrt{112} - \sqrt{76}$
	+ 6		
	+ 6		

Summa productorum ra. 448 + 12, *& bene.*

PROBA BINOMII SEXTI.

Radix Binomij	$\sqrt{112} + \sqrt{24}$	& ra. residui	$\sqrt{112} - \sqrt{24}$
Radix Binomij	$\sqrt{112} + \sqrt{24}$	& ra. residui	$\sqrt{112} - \sqrt{24}$
	$\sqrt{112}$ $\sqrt{24}$	&	$\sqrt{112} - \sqrt{24}$
	ra. 88		
	ra. 88		

Summa productorum ra. 448 + ra. 352 + *& bene.*

Et hæc quidem de Binomiorum radicibus inueniendis dicta sufficiant. Simili modo iam agendum est cum Residuis, cùm & ipsa quadrata esse, atq; ita radices quadratas habere, ex propositione 91, & ordine sequentibus quinq; eiusdem decimi Euclidis manifestè pateat. Quare pro iis eodem modo operatione instituta.

Primi residui, quod est 23 — ra. 448, radix quadrata inuenitur esse, 4 — ra. 7. Est autem & ipsa Residuum, & irrationalis linea, vt habet propositio huius senarij prima. Secundi verò, quod est ra. 448 — 14 radix quadrata inuenitur, ra. ra. 343 — ra. ra. 7. Quæ est linea irrationalis, & Mediæ residua prima, ex propositione 92. Tertij autem, quod est ra 448 — ra. 336, radix quadrata inuenitur, ra. ra. 252 — ra. ra. 28, quæ est linea irrationalis & Mediæ residua secunda, ex propositione 93. Quarti deinde, quod est 24 — ra. 448, radix quadrata inuenitur, Radix Binomij 12 + ra. 32, minus, radix residui 12 — ra. 32, quæ est linea irrationalis, & Minor vocata, ex propositione 94. Quinti verò, quod est ra. 448 — 12, radix quadrata inuenitur, Radix Binomij ra. 112 + ra. 76, minus radix residui ra. 112 — ra. 76. quæ est linea irrationalis, & cum rationali medium totum conficiens linea ex propositione 95. Sexti tandem, quod est ra. 448 — ra. 352. radix quadrata inuenitur, Radix Binomij ra. 112 + ra. 24 minus radix residui ra. 112 — ra. 24. quæ est linea irrationalis, & cum medio medium totum conficiens linea ex propositione huius senarij vltima 96.

Et licet satis iam superque, quomodo ex Binomiis, residuis item, radices quadratæ inueniri debeant, traditum sit, ne quid tamen huius artis studiosi habeant, quod conquerantur, vnius atque alterius exempli praxim, pro vtroque subiungere placuit. Sit itaque propositum inuenire radicem quadratam.

ex Binomio	*ex residuo*
72 — √ 2880	72 + √ 2880
5185	5188
2880	2880
2304	2304
576	576
24 *ad* 36	24 *ad* 36
veniunt 60 *de* 72	*veniunt* 60 *de* 72
manent 12	*manent* 12
ergo √ 60 + (*quia bino.*)	*ergo* √ 60 — (*quia resi.*)
√ 12, *propositi Binomij*	√ 12, *propositi residui*

radix quadrata erit.

SIT NVNC PROPOSITVM HARVM INVENTArum radicum, vt quæ sunt Binomium & residuum sextum, radices quadratas inuenire.

ra. 60 + ra. 21	ra. 60 — ra. 12
60	60
12	12
48	48
12	12
$\surd$ 12 ad $\surd$ 15	$\surd$ 12 ad $\surd$ 15
veniunt $\surd$ 15 + $\surd$ 12	veniunt $\surd$ 15 + $\surd$ 12
de ra. 60	de ra. 60
ma. $\surd$ 15 — $\surd$ 12.	ma. $\surd$ 15 — $\surd$ 12
Propositi igitur Binomij	Propositi igitur residui

radix quadrata est.

Radix vtriusq; Binomij scilicet $\surd$ 15 + $\surd$ 12 & Residui $\surd$ 15 — $\surd$ 12.	Radix Binomij $\surd$ 15 + $\surd$ 12, minus radix re. $\surd$ 15 — $\surd$ 12.

SEQVITVR PROBA, INSTITVTA PRO residuo.

radix bi. $\surd$ 15 + $\surd$ 12 minus ra. re. $\surd$ 15 — $\surd$ 12

radix bi. $\surd$ 15 + $\surd$ 12 minus ra. re. $\surd$ 15 — $\surd$ 12

$\surd$ 15 + $\surd$ 12 plus $\surd$ 15 — $\surd$ 12

minus $\surd$ 3

minus $\surd$ 3

Summa pro. $\surd$ 60 — $\surd$ 12 Residuum propositum, bene igitur operatum.

EST PORRO QVIDAM CANON GENERALIS ALIVS, per quem iuxta Algebræ regulas Binomiorum & residuorum radices inueniuntur, qui sic se habet.

Binomio vel Residuo aliquo proposito, recipiatur dimidium portionis, vel nominis minoris, maiore deinde portione iuxta Algebræ regulas in duas partes sic diuisa, vt harum multiplicatio, vnius scilicet cum altera tantum, quantum nimirum quadratum medietatis minoris fuerit, producat, res peracta erit, cùm tandem Binomij vel residui propositi radix, per harū partium radices simul collectas, ratione Binomij: vel vna ab altera subtracta, si residuum propositum fuerit, significetur. Hunc autem canonem infrà, vbi

res & similitudo postulauerint, tractabimus.

Hactenus de radicibus, Binomiorũ & Residuorum inueniendis. Ne quis autem terreatur, quòd in hac tractatione, decimi libri Euclidis subinde mentionem facimus, cum videlicet illa sine decimi libri cognitione intelligi nequeant, ac prius cognosci librum hunc oporteat, quàm harum explicatio regulatum suscipiatur. Quòd ipsum sanè verum esset, si perfectam & integrã horum quis cognitionẽ requireret, sed tantùm de eis intelligere, vt quæ iam sequuntur, planiora sint, etiam si nullas planè adduxissemus propositiones, res satis descripta esset. Quare eas hanc ob causam solùm propositas à nobis esse existimet quispiam, vt nimirum earum operationes certis rationibus fundari perfusum sibi haberet: ansam deinde etiam, his nunc perceptis, arripere, subtilius ista exquirendi, cùm iam sint aliquo modo descripta, & quodammodo primis lineamentis adumbrata.

SEQVVNTVR NVNC AD ÆQVATIONES SVPRA TRADITAS, AD EA etiam quæ hactenus de surdis exposita sunt, commodius exercenda, exempla alia.

Primum. Esto triangulum rectangulum, atq; cathetus eius 8 — √ 32, basis verò & hypotenusa simul, 16 — √ 128, quanta erit vtraque, basis scilicet & hypotenusa linea seorsim quæritur. Facit

Basis quidem	6 — √ 18
Hypotenusa verò	10 — √ 50

OPERATIO.

Cathetus ex hypothesi,	sunt	8 — √ 32
Sit autem nunc basis		1 ra.
Hypotenusa igitur, erunt		16 — √ 128 N minus 1 ra.



Et quia quadratum hypotenusæ in triangulo rectangulo, ex propositione 47 primi, quadratis catheti & basis linearũ æquale est. Singularũ igitur linearum quadratis acceptis, de eo etiam quod ab hypotenusa describitur, catheti vel basis, vtro voles quadrato subtracto, id quod relinquitur, ex cõmuni illa notitia, Si ab æqualibus æqualia subtrahantur, &c. alterius, basis quidẽ, vbi catheti, catheti verò, vbi basis quadratum subtractum fuerit, quadrato æquale erit.

SEQVITVR NVNC DICTORVM CALCVLVS.

8 — √ 32 N *Cathetus* | 1 *radix Basis*
8 — √ 32 | 1 *ra.*
96 — √ 8192 *quadratum* | 1 *pri. quadratum*

16 — √ 128 N *minus* 1 *ra.* *Hypotenusa.*
16 — √ 128 N *minus* 1 *ra.*
256 + 128 N *plus* 1 *pri.*
— √ 32768 N *bis*
minus 16 — √ 128 *radi. bis*
384 — √ 131072 N, *plus* 1 *pri.* *minus* 32 — √ 512 *ra.*

quadratũ hypotenusæ. A quo primò quadratũ catheti, deinde etiam quadratũ basis subtrahendum est, & relinquũtur tandem, ratione quidem subtractionis prioris,

288 — √ 73728 N *plus* 1 *pri.* *minus* 32 — √ 512 *ra.*
æquales vni primæ,
ratione verò subtractionis posterioris,
384 — √ 131072 N *minus* 32 — √ 512 *ra.*
æquales 96 — √ 8192 N

Et vltimò, iuxta illam communẽ notitiam, Si æqualibus æqualia adiiciantur, &c. Si item ab æqualibus æqualia subtrahantur &c. veniunt

288 — √ 73728 N *æqua.* 52 — √ 512 *ra.*

Est prima æquatio. Diuisione igitur numeri quantitatis debilioris, in numerum quantitatis potentioris, radicis valor cognoscendus. per eum deinde, Basis quantitas exprimenda est.

Quoniam autem huius diuisionis diuidens quantitas est residuum, per suum igitur Binomium, quod est 32 + √ 512, *alia diuidenda, alia item quantitas diuidens, multiplicatione inuenienda est, vt sequitur.*

288 — √ 73728 | | 32 — √ 512
cum 32 + √ 512 | *cum* | 32 + √ 512
9216 — √ 6144 | | 1024 — 512
— √ 73728 | |
+ √ 41472 | |
3072 — √ 4608 | { *millies vicies quater* | *hoc est* 512
Quantitas diuidenda | | *diuidens*

BREVIS REGVLARVM

INSTITVATVR NVNC DIVISIO.

$$\begin{array}{lllll} & & \not 4 & & \\ & & \not 0 & & \\ & & 2 2 \not 4 & & \\ \text{Diuidatur} & 3 \not 0 \not 7 2 & - \sqrt{} & \not 4 \not 6 \not 0 \not 8 & \text{millies vicies \&c.} \\ \hline \text{exeunt} & 6 & + \sqrt{} & 18, & \text{\& tanta est basis quantitas.} \\ \hline m & 512 & & 822. & \text{quinquagies deci-} \\ & 256 & & & \text{es bit.} \end{array}$$

Et quia iam basis quantitas nota est, quanta hypotenusa sola fuerit, cum hæ duæ quantitates simul, ex hypothesi, 16 — √ 128 sint, subtractione manifestabitur

8 + √ 128



ALIVD EXEMPLVM SIMILE.

Triangulum esto rectangulum, atque cathetus eius 8 + √ 128, basis verò & hypotenusa simul, 16 + √ 512, quanta erit vtraque, basis scilicet & hypotenusa, linea seorsum, quæritur. Facit

Basis quidem 6 + √ 72

Hypothe. verò 10 + √ 200

OPERATIO.

Cathetus, ex hypothesi sunt 8 + √ 123

Sit autem nunc basis 1 radix

Hypotenusa igitur erunt 16 + √ 512 minus 1 ra.

Multiplicatione quærantur quadrata laterum, & erunt

Catheti quidem 192 + √ 32768

Basis verò 1 pri.

ac hypotenusæ deinde,

768 + √ 524288 N, plus 1 pri. minus 32 — √ 2048

Quare, iuxta penultimam propositionem primi,

768 + √ 524288 N, plus 1 pri. minus 32 — √ 2048

æquales 192 + √ 32768 N. + 1 pri.

Atq; vltimò tandem, iuxta communes notitias additione & subtractione facta, veniunt

576 + √ 294912 N æqua. 32 + √ 2048 ra.

Est autem

ALIVD.

ra. cu. $3\frac{3}{8}$ *cum* 6, *producuntur* 9.

ALIA.

ra. cu. 9 *bis*	√ 9 *ter.*	*ra. cu.* 9 *quater,*
pro. ra. cu. 72.	*pro.* √ 243	*pro. ra.* 576.

Hæc tria aut quatuor exempla, licet in se habeant aliquid obscuritatis, tamen qui priorum memor fuerit, nullam horum planè requiret explicationem vlteriorem.

SEQVVNTVR EXEMPLA DIVISIONIS.

Diuidatur ra. cu. 16 *in ra. cubicum* 4, *exit radix cu. numeri* 4.

Item √ 24 *in* √ 3, *exeunt* 2. *Similiter ra.* 20 *in ra.* 6. *exit ra.* $3\frac{1}{3}$

Item diuidatur √ 240 *in* 6, *vel contrà* 6 *in* √ 240, *exeunt, hic quidem ra. cu.* $\frac{9}{25}$, *illic verò ra. cu.* $1\frac{1}{9}$

Medietas radicis cubicæ numeri 48, *est radix cubica numeri* 6.

Sic tertia pars eiusdem, numeri 48, *est radix cubica numeri* $1\frac{7}{9}$

Comprobantur autem hæ duæ species, Multiplicatio scilicet & Diuisio, alternis, vt aliàs fieri consueuit.

ADDITIO ET SVBTRACTIO.
Caput III.

Sunt & hic considerandi duplices surdi, cum, quemadmodum in superiori tractatione, alij commensurabiles inter se sint, alij incommensurabiles. Ac commensurabiles quidem, vt ra. cu. 4, & ra. cu. 32, radices item cubicæ numerorum 24 & 81. Incommensurabiles verò, vt ra. cu. 24 & ra. cu. 54, radices item cubicæ numerorum 20 & 12, vel 21 & 13, atque id genus. Qui igitur commensurabiles inter se sunt surdi, illorum radices non aliter adduntur, vel vna ab altera subtrahitur, atque in surdorum quadratorum tum additione, tum subtractione suprà traditum est: nisi quod illic quadratè, hic verò cubicè omnia agantur. Quare vno atque altero exemplo posito, res satis dilucida erit. Qui verò incommensurabiles, & planè surdi sunt, illorum additio & subtractio, percommodè signo affirmatio, +, & negatiuo, —, absoluuntur.

EXEMPLA PARTIS PRIORIS.

Additio.				*Subtractio.*				
Ra. cu. 24	ad ra. cu. 81		Item,	ra. 24	de ra. 81			
3	8	27		3	8	27		
	2	3			2	3		
	5				1			
	125				1			
com. numerus	3			com. numerus	3			
	375				3			
ra. cu.	375, radicum summa.			ra.	cu. 3, radix residua.			

ALIA EXEMPLA.

$\sqrt{}$ $10\frac{2}{3}$ ad $\sqrt{}$ $4\frac{1}{2}$ Item $\sqrt{}$ $4\frac{1}{2}$ de $\sqrt{}$ $10\frac{2}{3}$

In integris & sub vna denominatione, sexta scilicet

$\sqrt{}$ 64 ad $\sqrt{}$ 27		Item	$\sqrt{}$ 27 de $\sqrt{}$ 64			
4	3		3	4		
7			1			
343	in 6 diuisa,		1	in circa.		
exeunt $57\frac{1}{6}$.	Quare		exit $\frac{1}{6}$.	Quare		
$\sqrt{}$ $57\frac{1}{6}$	radicum sum.		$\sqrt{}$ $\frac{1}{6}$	ra. ra.		

EXEMPLA PARTIS POSTERIORIS.

Additio		*Subtractio.*
$\sqrt{}$ 24 ad $\sqrt{}$ 32	Item	$\sqrt{}$ 24 de $\sqrt{}$ 32
venit $\sqrt{}$ 32 + $\sqrt{}$ 24		ma. $\sqrt{}$ 32 — $\sqrt{}$ 24

ALIA.

$\sqrt{}$ 9 ad $\sqrt{}$ 27	Item	$\sqrt{}$ 9 de $\sqrt{}$ 27
venit $\sqrt{}$ 27 + $\sqrt{}$ 9		ma. $\sqrt{}$ 27 — $\sqrt{}$ 9

SIMILITER ALIA.

$\sqrt{}$ $8\frac{1}{3}$ ad $\sqrt{}$ $9\frac{1}{7}$	Item	$\sqrt{}$ $8\frac{1}{3}$ de $\sqrt{}$ $9\frac{1}{7}$
venit $\sqrt{}$ $9\frac{1}{7}$ + $\sqrt{}$ $8\frac{1}{3}$		ma. $\sqrt{}$ $9\frac{1}{7}$ — $\sqrt{}$ $8\frac{1}{3}$.

Est & alia addendi & subtrahendi ratio, quæ quidem, vbi surdi commensurabiles fuerint, locum habet.

Surdis commensurabilibus propositis, hi primùm communi eorum mensura vel numero, quem habent, ad cubos rationales reducendi, deinde tam cuborum radices, quàm etiam radicum quadrati, ponendi sunt. Hoc facto, vtramque radix cùm triplo quadrati radicis alterius multiplicari: hæc duo

producta deinde vnà cum duobus cubis, si quidem additio instituitur, coniunge: vel pro subtractione absoluenda, maioris radicis productum maiori, minoris verò productum minori cubo adde, atque ab illo deinde hoc collectũ subtrahi debet. quo facto, tam quòd illic colligitur, quàm hîc relinquitur, vtrunque cum communi commensurabilium surdorum numero multiplicatum, per radicem producti tãdem cubicam, cùm additioni, tum subtractioni etiam satisfactum erit.

Ra. cu. 40 ad ra. cu. 135			Item √ 40 de √ 135		
5	8	27	5	8	27
	2	3		2	3
	4	9		4	9
	12	27		12	27
	54	36		54	36
	Summa omnium			*Id quod relinquitur.*	
	125			1	
com. numerus	5		*com. numerus*	5	
	625	*quare*		5.	*quare*
	ra. cu. 625 radicum summa			*√ 5 radix residua.*	

SEQVITVR ALGORITHMVS DE SVRDIS

NVMERORVM TERTIAE QVANTITATIS, *seu, vt vocant, de surdis quadratorum de quadratis.*

NVMERATIO, VEL ENVNCIATIO. *Caput I.*

Enunciatio eadem est quæ in præcedentibus, nisi quòd character, qui numero ascribitur, pro suo valore & natura exprimatur. Vt ra. ra. 29. Radicis radix, vel radix tertiæ quantitatis, numeri 29, exprimitur. Sic reliqua huius generis exempla omnia exprimi debent. Præponitur au-

tem huiusmodi surdis duplex ra. eo quòd bis ex eis radix quadrata elicienda sit: semel quidem ex iis ipsis surdis, secundò verò ex eorum radicibus inuentis, quod obiter annotare libuit. Breuitatis verò, atq; compendij gratia, (vt suprà etiam indicauimus) solét huiusmodi numeri notari & repræsentari duplici puncto & cæ. sic √, vt √ 29, quod & ipsum notandum est.

MVLTIPLICATIO ET DIVISIO.
Caput II.

Perficiuntur hæ duæ species, Multiplicatio & Diuisio, eodem modo quo in superioribus traditum est: nisi quòd vltimò, ratione appellationis, tam de multiplicationis producto, quàm etiam diuisionis exeunte, radix tertiæ quãtitatis, hoc est radix quadrata de radice quadrata elici debeat.

EXEMPLA MVLTIPLICATIONIS SVNT.

ra. ra. 21 cum ra. ra. 12 produ. ra. ra. 252. Item √ 27 cum √ 12 produ. √ 18.

ALIA EXEMPLA.

√ 162 cum √ 32 produ. √ 72 Item ra. ra. $7\frac{1}{5}$ cum ra. ra. $\frac{4}{5}$ produ. ra. $2\frac{2}{5}$

ADHVC ALIA.

√ 24 cum 6 vel contra. produ. √ 31104 Item √ 45 cum $4\frac{2}{3}$ produ. √ $15867\frac{1}{9}$

EXEMPLA DIVISIONIS.

√ 84 in √ 7 exit √ 12 Item ra. ra. 48 in ra. ra. 12 exit ra. 2.

ALIA EXEMPLA.

√ 873 in √ 97 exit √ 3 Item √ 66 in √ 8 exit √ $8\frac{1}{4}$

ALIA EXEMPLA.

√ $5\frac{2}{7}$ in √ $3\frac{2}{5}$ exit √ $\frac{28}{45}$ √ $12\frac{1}{2}$ in √ $4\frac{1}{2}$ exit √ $11\frac{1}{3}$ √ 12 in √ $8\frac{2}{3}$ exit √ $1\frac{1}{5}$

APPENDIX AD EA QVAE HACTENVS, CVM IN HOC, tum etiã in præmissis Algorithmis, de multiplicationibus & diuisionibus surdorum commemorata sunt, cognitu necessarius.

Cùm hactenus tantum, quomodo similium appellationum surdi inter

se surdus item cum rationali numero, vel contrà, per has duas species tractari debēt, traditum sit, haud raro autem accidere soleat, quòd etiam diuersarum appellationum surdi inter se his regulis tractandi occurrant, & illorum tractatio nunc ne quid in præmissa de surdis descriptione desiderari possit, paucis præscribetur.

Si duos igitur diuersarū appellationum surdos inter se multiplicare, aut vnum in alterum diuidere propositum sit, vtriusque appellationis numerus secundum appellationem numeri alterius multiplicandus est. quo facto, producuntur duo numeri alij, alia etiam, & vna quidem, horum productorum appellatio: quibus postea, vel vno cum altero multiplicato, vel vno in alterum diuiso, res confecta erit. Quam verò hi producti numeri sortiuntur appellationem, in additis & diminutis, circa multiplicationem dictum, iam traditum est.

EXEMPLA HVIVS SVNT.

ra. 24		*ra. cu.* 16
ra. 72	*cum, vel in*	*ra. ra.* 32
ra. cu. 32		*ra. ra.* 8

Producuntur ratione quidem multiplicationis,

Primò, Radix quintæ quantitatis, hoc est, radix quadrati cubica, numeri 3538944.

Secundò, Radix tertiæ quantitatis, hoc est, radicis radix, numeri 165888.

Tertiò, Radix vndecimæ quantitatis, hoc est, radix cubica de quadrati quadrato, vel contra, numeri 536870912.

Ratione verò diuisionis, exeunt iisdem quantitatibus denominati numeri,

Primò quidem 54, *secundò verò* 162, *ac tertiò deinde* 2048. *&c.*

ALIA EXEMPLA IN RATIONALIBVS.

√ 4		∛ 8		4		1
√ 9	*cum vel in*	√ 16	*pro.*	6	*vel ex.*	$1\frac{1}{2}$
∛ 27		√ 81		9		1

APPENDICIS COMPENDIVM.

Habet hæc operatio suum quoque compendium, in exemplis nimirum, vbi aliqua est in appellationibus numerorum conuenientia & similitudo. Vt si, exempli gratia, hi duo surdi, ra. 6 *& ra. ra.* 12, *vnus cum altero*

multiplicari, vel in alterum diuidi debeat, numerus 6 quadratè tantum multiplicari, 12 verò prout sunt, ita absque immutatione relinqui debent. Producitur autem multiplicatione quidem, ra. ra. 432, diuisione verò exit ra. ra. 3. Sic radice quadrata de radice cubica, vel contrà radice cubica de radice quadrata aliquis numerus notatus, si cum numeri alterius radice cubica, vel radice quadrata multiplicari, seu in eam diuidi debeat, numerus multiplicans seu diuidens, ratione quidem cubi, in se tantum quadratè, ratione verò quadrati, in se tancum cubicè multiplicandus erit.

ADDITIO ET SVBTRACTIO.
Caput III.

QVinetiam hac tractatione, surdi aliâs commensurabiles sunt, aliâs verò incommensurabiles. Qui igitur commensurabiles inter se sunt surdi, ad suæ appellationis rationales, hoc est, ad tertiæ quantitatis numeros reducendi sunt, ac si quidem additio instituitur, radices horum addi: quòd si verò subtractio, vna radix ab altera subtrahi debet. Quo facto, vtriusque, hoc est, tam eius quod ex additione colligitur, quàm etiam eius quod per subtractionem relinquitur, tertia quantitas, cum communi numero multiplicetur, & erit eius quod producitur, Radicis radix, seu tertiæ quantitatis radix: hîc quidem radicis radix residua, illic verò harum summa. Quòd si incommensurabiles & planè surdi sunt, tum illorum additio & subtractio percommodè signo affirmatiuo, +, & negatiuo, —, absoluuntur.

EXEMPLA PARTIS PRIORIS.

Additio		Subtractio.
ra. ra. 32 ad √ 162	Item,	ra. ra. 32 de √ 162
2 16 81		2 16 81
2 3		2 3
5		1
625		1
2	communis numerus	2
1250		2
ra. ra. 1250, radicum summa		ra. ra. 2, radix residua.

ALIA EXEMPLA.

$\sqrt{5\frac{1}{16}}$ ad $\sqrt{39\frac{1}{16}}$ Item, $\sqrt{5\frac{1}{16}}$ de $\sqrt{39\frac{1}{16}}$

In integris sub vna denominatione, sedecima nimirum.

$\sqrt{81}$ ad $\sqrt{625}$	Item, $\sqrt{81}$ de $\sqrt{625}$
3 5	3 5
8 in se, &c.	2 in se
4096	16,
	diuisa in
	16.
Facit $\frac{\sqrt{256}}{16}$ id est 4	exit seu manet 1

Est autem hoc exemplum in numeris rationalibus expositum.

Sequitur iam simile in irrationalibus.

$\sqrt{266\frac{7}{9}}$ ad $\sqrt{1350\frac{9}{16}}$ Item, $\sqrt{266\frac{7}{9}}$ de $\sqrt{1350\frac{9}{16}}$

In integris sub vna denominatione, 144

$\sqrt{38416}$ ad $\sqrt{194481}$	Item, $\sqrt{38416}$ de $\sqrt{194481}$
16 81	16 81
2 2	2 3
5	1
in se, &c.	in se
625	1
cum 2401	cum 2401
pro. 1500625 in 144 diui.	pro. 2401 in 144 diuisa,
exeunt $\frac{\sqrt{1500625}}{144}$	exeunt $\frac{\sqrt{2401}}{144}$
Radicum igitur summa,	*Radix igitur residua,*
radix quadrata numeri $102\frac{1}{12}$	*ra. quadrata numeri* $4\frac{1}{12}$

EXEMPLA PARTIS POSTERIORIS.

$\sqrt{18}$ ad $\sqrt{24}$ Item, $\sqrt{18}$ de $\sqrt{24}$

veniunt $\sqrt{24}+\sqrt{18}$ ma. $\sqrt{24}-\sqrt{18}$

ALIA.

$\sqrt{7\frac{2}{3}}$ ad $\sqrt{12\frac{1}{2}}$ Item, $\sqrt{7\frac{2}{3}}$ de $\sqrt{12\frac{1}{2}}$

veniunt $\sqrt{12\frac{1}{2}}+\sqrt{7\frac{2}{3}}$, ma. $\sqrt{12\frac{1}{2}}-\sqrt{7\frac{2}{3}}$

Est autem prima æquatio. Numerus igitur characteris N, tanquā debitoris, in numerū characteris potentioris, ra. diuidendus est, vt sequitur.

Quæratur primò nouus diuidendus, nouus item diuisor, per multiplicationem vtriusque cum diuisoris contrario nomine, residuo nimirum √ 2048 — 32.

√294912 + 576	√ 2048 + 32
cum √ 2048 — 32	*cum* √ 2048 — 32
24576 — 18432	2048 — 1024
— √ 301989888	*hoc est*
+ √ 679477248	
6144 + √ 75497472	1024
Diuidendus	*Diuisor.*

2
6 2
2 6 7 2 2
2 6 3 2 8 8
2 ... 6 2 4 4 + √ ... 7 8 4 9 7 4 7 2

6 + √ 72 *basis.* *Quæ si à.*

1 0 2 4 ... 1 0 4 8 5 7 6

basis & hypotenusæ aggregato subtrahatur,
relinquuntur 10 + √ 200, *hypotenusæ quantitas, vt suprà.*
Calculus porrò subtractionis præcedentis sic instituatur.

	√ 301989888	*de*	√ 679477248
8	37748736		84934656
4	9437184		21233664
	3072	*de*	4608
	manent 1536 *in se*		
	produ. 2359296		
	communis nu. 32		
	75497472		

Porrò triangulorum areæ sunt, prioris quidem 36 — √ 1152, *posterioris verò* 72 + √ 4608. *Id quod ex propositione* 41 *primi, & canone quodam generali, in eodem primo libro exposito, facilè colligetur.*

OPERATIO TRIANGVLI PRIORIS

per canonem.

Latera		*Excessus*
10 — √ 50		2 — √ 2
8 — √ 32		4 — √ 8
6 — √ 18		6 — √ 18
24 — √ 288	*Medietas*	12 — √ 72

12 — √ 128 *primum,* 108 — √ 10368 *secundum,*

2448 — √ 5971968 *tertium productum.*

Huius igitur radice vt sequitur quæsita,

2448 — √ 5971968

5992704 *maioris quadratum,*

5971968 *minoris quadratum,*

20736 *residuum,*

5184 *residui quarta pars,*

72 *quartæ partis radix, ad* 1224,

veniunt 1296, *vnius portionis quadratum, de* 2448

manent 1152, *alterius portionis quadratum.*

Radix igitur, ac per consequens trianguli propositi area, 36 — √ 1152

OPERATIO TRIANGVLI ALTERIVS.

Latera		*Excessus*
10 + √ 200		2 + √ 8
8 + √ 128		4 + √ 32
6 + √ 72		6 + √ 72
24 + √ 1152	*Medietas*	12 + √ 288

24 + √ 512 *primum* 216 + √ 41472 *secundum.*

Porrò 9792 + √ 9551488, *tertium productum. Atq; area deinde trianguli* 72 + √ 4608, *id quod sequenti calculo manifestabitur.*

9792 + √ 9551488

95883264 *maioris* 9551488 *minoris quadratum,*

331776 *residuum,* 82944 *residui quarta pars,*

288 *quartæ partis radix, ad* 4896,

veniunt 5184 *vnius portionis, &c. de* 9792,

manent 4608, *alterius portionis quadratum, quare*

72 + √ 4608 *radix Binomij, &c.*

EXEMPLVM SECVNDVM.

Sunt 12 diuisa in duas partes. Quoniam autem partium multiplicatio, vnius quidem cum altera, 20 vel 28 producit, quanta erit vtraq; pars?

			minor	maior
Facit quantum ad	20	*sunt*	2	10
	28		6 — *ra.* 8,	6 + *ra.* 8

Tertium. Sunt 12 diuisa in partes duas. Quoniam autem partium quadrata simul 90 vel 100 faciunt, partes igitur quantæ sunt?

Respondetur respectu

			minor	maior
quidem	90	*sunt*	3	9
verò	100		6 — √ 14,	6 + √ 14:

SEQVITVR OPERATIONIS EXAMEN.

Sumantur numeri secundò inuenti

6 — √ 14 *minor*	6 + √ 14 *maior*
6 — √ 14	6 + √ 14
36 + 14	36 + 14

100. *& bene.*

Quartum. Numerus in duo diuisus est, quoniam autem partium differentia sunt 6, qui verò ex multiplicatione vnius cũ altera producitur numerus, 27 vel 36, quãtus sit ipse diuisus, quantæ deinde etiam partes, quæritur. Facit diuisus quidem 12 vel ra. 180

Partes deinde, respectu

		minor	maior
quidem	27	3	9
verò	36	*ra.* 45 — 3	*ra.* 45 + 3

Vel, qui verò ex partiũ quadratis colligitur numerus, 50 sunt, vel 72, quantus &c.

Facit diuisus quidem 8 *vel* *ra.* 108

Partes verò, respectu

		minor	maior
quidem	50	1	7
verò	72	*ra.* 27 — 3	*ra.* 27 + 3

OPERATIO PARTIS PRIORIS, QVANTVM
ad multiplicationem partium,

ponatur 1 *ra.* *totus diuisus.*
Et quia 6 N, *partium differentia, ex hypothesi,*
erit $\frac{1}{2}$ *ra.* — 3 N *minor,*
& $\frac{1}{2}$ *ra.* + 3 N *maior pars.*

Quare quantum ad multiplicationem, venit
$\frac{1}{4}$ *pri.* — 9 N *aequal.* 27 *vel* 36 N
Quantum verò ad partium quadrata, venit
$\frac{1}{2}$ *pri.* + 18 N *aequal.* 50 *vel* 72 N.

ALITER INSTITVTA HVIVS
exempli operatio.

Quaerantur primò partes, deinde etiam ipse totus numerus.
Sit itaque

1 *ra. maior,* *vel* 1 *ra. minor,*
1 *ra.* — 6 N *pars minor.* 1 *ra.* + 6 N *maior,*
venit, multiplicatione facta,

ratione quidē
- *productorum,* 1 *pri.* — 6 *ra.* / 1 *pri.* + 6 *ra.* *aequal.* 27, *vel* 36 N.
- *quadratorū verò,* 1 *pri. aequa.* 6 *ra.* + 7 N, *vel* + 18 N. / 1 *pri.* + 6 *ra.* *aequal.* 7, *vel* 18 N.

EXEMPLVM QVINTVM.

Sunt 12, *vel* 19 *diuisa in duas partes.*

Quoniam autem vna parte cum altera multiplicata, producto deinde in partium differentiam diuiso: 17 $\frac{1}{2}$ *exeunt, quantae partes sint, quaeritur.*

	maior	*minor pars.*
Facit	7	5
	ra. $396\frac{1}{2}$ — 8	27 — *ra.* $396\frac{1}{2}$

Vel, Quoniam autem partium quadrata simul iuncta, atque id quod colligitur, in partium differentiam diuisum: 37 *exeunt, quantae partes sint quaeritur.*

	maior	*minor pars*
Facit	7	5
	28 — *ra.* 252,	*ra.* 252 — 9

OPERATIO PARTIS PRIORIS.

1 *ra.*	*Maior,*	*vel*	1 *ra.*	*Minor,*
12 N — 1 *ra.*	*minor.*		12 N — 1 *ra.*	*maior.*
12 *ra.* — 1 *pri.*	*produ.*		12 *ra.* — 1 *pri.*	*productum,*
2 *ra.* — 12 N	*differentia*		12 N — 2 *ra.*	*differentia.*

AEQVATIO IGITVR

$$\frac{12\ ra. - 1\ pri.}{2\ ra. - 12\ N}\ aequa.\ 17\tfrac{1}{2}N \qquad \frac{12\ ra. - 1\ pri.}{12\ N - 2\ ra.}\ aequa.\ 17\tfrac{1}{2}N$$

SIC ETIAM INSTITVATVR OPERATIO

cum numero 19, & venit

1 *pri.* + 16 *ra.*	1 *pri.* + $332\frac{1}{2}$N
aequales $332\frac{1}{2}$N	*aequales* 54 *ra.*

Posterioris partis operatio ex priore nunc est facilis.

EXEMPLVM SEXTVM.

Sunt tres numeri, quorum primus cum aliquo alio, quarto scilicet, ad reliquos duos simul sumptos, sit $\frac{8}{5}$. Secundus verò cum eodem quarto, ad reliquos, sit in ratione $\frac{3}{5}$, Ac tertius deinde, & ipse cum eodem quarto numero, reliquis duobus aequalis sit. cum sic ille quartus numerus, ex hypothesi, 8 esse ponatur, quanti nunc hi tres numeri esse debeant, quaeritur.

OPERATIO.

	Primus,	*secundus,*	*tertius numerus.*
Facit	24	40 &	56
	Primus	*secundus & tertius.*	*Quartus alius,*
Ponatur	1 *radix,*	*& erunt* 3 *ra.* + 24 N,	*atq;* 8.

Et quoniam secundus cum dato, tertii & primi numerorum tres quintae sunt tota igitur omnium summa ad eosdem, tertium & primum, numeros, in ratione, vt 8 ad 5, vel octo quintae erunt. Per regulam ergo proportionum dicendo 8 dant 5, quid 4 ra. + 32 N: primi & tertii numerorum summa manifestabitur. Quoniam autem primus numerus notus est, cum is sit 1 radix posita, eodem primo de hac summa subtracto: tertius, hoc tertio deinde de tertii & secundi numerorum summa subtracto: secundus etiam numerus manifestabitur. Ponuntur itaq; numeri singuli seorsim sic.

Primus	secundus	tertius	Quartus.
1 ra.	$1\frac{1}{2}$. ra. + 4 N	$1\frac{1}{2}$ ra. + 20 N	8

Et quoniam etiam tertius cum quarto numeris primo & secundo aequales est, tertius igitur quarto, secundus verò numero primo additus, quae colliguntur,

$1\frac{1}{2}$ ra. + 28 N & $2\frac{1}{2}$ ra. + 4 N

inter se aequales erunt. Radix igitur, hoc est, primus numerus 24, secundus 44, & tertius 56 venient, quod probari potest.

Septimum. Sunt tres numeri, quorum primus cum aliquo alio, quarto scilicet, ad reliquos duos simul sumptos sesquialteram, secundus verò cum eodem quarto ad reliquos: vt 3 ad 5. ac tertius deinde, & ipse cum eodem quarto numero aequalitatis rationem constituit, cum ille quartus numerus iuxta propositum 9 vel 24 aut vnitas esse ponatur, quanti hi tres numeri esse debeant, quaeritur.

Facit, quantum ad numerum

		Primus	secundus	tertius
9	.	$13\frac{14}{19}$	$5\frac{4}{19}$	$9\frac{18}{19}$
24	.	$36\frac{12}{19}$	$13\frac{17}{19}$	$26\frac{10}{19}$
vnitatē	.	$1\frac{10}{19}$	$0\frac{11}{19}$	$1\frac{2}{19}$

Octauum. Diuidantur 132 in tres partes sic, vt prima multiplicata per 3, producat tres quartas minus 3, secundae partis diuisa in 2. Et iterum prima multiplicata per 4, producat tres quintas minus 1, tertiae partis diuisa in 7 quaeritur, &c.

	prima	secunda	tertia pars
Facit	2	24	105

OPERATIO.

Esto prima pars 1 radix, hac multiplicata per 3, producuntur 3 ra. Et quoniam hae ex hypothesi, in ternario minus sunt, quàm tres quartae partis secundae, diuisa in duo, hoc est, quàm tres quartae dimidij secundae partis, ad 3 ra. igitur 3 N addendi, eius deinde quod colligitur, (cum illud tres quartae tantum sint) integrum regula proportionum, dicendo $\frac{3}{4}$ sunt 3 ra. + 3 N, quid vnum, quaerendum est. Venient autem sic 4 ra. + 4 N, ipsum integrum, ac per consequens, secunda pars in duo diuisa. eodem igitur integro bis sumpto, secunda pars, 8 ra. + 8 N erunt. Non aliter iuxta exempli hypothesin, & tertia pars quaerenda erit. Quo facto, partes erunt.

Prima 1 *ra.* *secunda* 8 *ra.* + 8 N

Tertia $46\frac{2}{3}$ *ra.* + $11\frac{1}{3}$ N, *Atq;*

ultimò tandem $55\frac{2}{3}$ *ra.* *aequa.* $111\frac{1}{3}$ N.

Nonum. Diuidantur 36 *in tres partes sic, vt prima multiplicata per* 6, *producat sesquialterum plus* 9, *secunda partis diuisae in* 5. & *secunda diuisa in* 8, *statuat sesquiquartum minus* 4, *tertiae partis multiplicatae per* 3, *quaeritur &c.*

Facit $3\frac{14}{325}$ $30\frac{56}{65}$ $2\frac{32}{325}$

PONITVR AD OPERATIONEM SIC.

Prima 1 *ra.*

secunda 20 *ra.* — 30 N

tertia 10 *ra.* + 1 N

15

Summa partium $21\frac{2}{3}$ *ra* — $29\frac{14}{15}$ N *aequa.* 36 N.

Eodem modo 45 *in tres partes diuisa,*

	Prima	*secunda*	*tertia*
exeunt partes	$3\frac{249}{325}$	$39\frac{22}{65}$	$2\frac{212}{325}$

Id quod probari potest, vt sequitur.

Prima	*secunda pars*
$3\frac{249}{325}$	$39\frac{12}{65}$
cum 6	*in* 8
$20\frac{144}{325}$	$4\frac{233}{260}$
minus 9	*plus* 4
$11\frac{144}{325}$. *Dic*	$8\frac{233}{260}$. *Dic*
3 *dant* $11\frac{144}{325}$, *quid* 2,	5 *dant* $8\frac{233}{260}$, *quid* 4
Facit $\frac{2546}{325}$	*Facit* $\frac{2123}{325}$
cum 5	*in* 3
produ. $39\frac{12}{65}$, *secunda*	*exeunt* $2\frac{212}{325}$, *tertia pars. bene igitur.*

Decimum. Propositum est, numerum 6, 12, 8 *vel* 21, *seu quemcunq; aliũ numerum, diuidere in duas portiones, quarum maioris quadratum tantum faciat, quantum numerus ipse, cum sua portione minore multiplicatus, producit.*

Facit ratione numeri

	Maior	minor portio
6,	ra. 45 — 3	9 — ra. 45
12	ra. 180 — 6	18 — ra. 180
8	ra. 80 — 4	12 — ra. 80
21	ra. $551\frac{1}{4}$ — $10\frac{1}{2}$	$31\frac{1}{2}$ — ra. $551\frac{1}{4}$

Similem diuisionem lineæ alicuius datæ proponit Euclides in secundo, per vndecimam:in sexto deinde,per propositionem 30,quod obiter indicare libuit.

OPERATIO NVMERI VNIVS, 6 SCILICET, *sit instar omnium. Esto itaq;*

1 ra. maior, *vel* 1 ra. minor,

erunt 6 N — 1 ra. minor. 6 N — 1 ra. maior.

Quadrata deinde portionum maiorum,

1 pri. 36 N — 12 ra. + 1 pri.

Producta verò,&ca.

36 N — 6 ra. 6 ra.

Atq; tandem æquatio vltima,

1 pri. + 6 ra. æqua. 36 N, vel 1 pri + 36 N æqua. 18 ra.

Procedatur nunc secundum canones secundæ æquationis primum & tertium,& veniet vt positum.

SEQVITVR PROBA INSTITVTA PRO *numero primo 6.*

54 — √ 1620

Totus	Maior portio	minor
6	ra. 45 — 3	9 — ra. 45

æquales

54 — √ 1620

PROPONVNTVR HVIVSMODI EXEMPLA *etiam sic.*

Diuidantur 24 in duas portiones inæquales, vt,cum maiorē in seipsam, totum verò numerum 24 cum minore portione multiplicauero, equales numeri producantur, Facit

Maior		Minor portio
ra. 720 — 12	&	36 — ra. 720

In hunc

In hunc modum radice numeri 48 *diuisa,*
exeunt partes, Maior quidem ra. 60 — *ra.* 12, *minor verò*
ra. 108 — *ra.* 60, *quod probari potest.*

Vndecimum. *Et quia numero in duas portiones diuiso, quarum maioris quadratum tantum faciat, quantum totus diuisus numerus cum minori sua portione multiplicatus producit, quantus fuerit ipse totus numerus, minor item portio, cum maior portio ex hypothesi sit ra.* 80 — 4, *vel ra.* 45 — 3 *quæritur. Facit* 8 / 6 *totus* 12 — *ra.* 80 / 9 — *ra.* 45 *minor portio.*

OPERATIO.

	Maior		Minor portio.
Totus	√ 80 — 4		√ 80 — 4
1 ra		quare 1 radix, minus	
	√ 45 — 3		√ 45 — 3

Atq; facta multiplicatione, veniunt

96 — √ 5120		√ 80 4
N, æqua.	1 pri. minus	ra.
54 — √ 1620		√ 45 — 3

Vel ex communi quadam notitia,

√ 80 — 4	96 — √ 5120	
ra. +	N, æqua.	1 pri.
√ 45 — 3	54 — √ 1620	

Est autem exemplum canonis æquationis secundæ secundi, atq; eius solutio talis.

Quantitates æquationis quantum ad primum, sunt
Media *minima* *maxima quantitas*
√ 80 — 4. *ra* + 96 — √ 5120 N *æqua.* 1 *pri.*

√ 20 — 2, *in se*, 24 — √ 320, *plus* 96 — √ 5120
veniunt 120 — √ 8000. *Huius radix*
sunt 10 — √ 20
plus √ 20 — √ 2 *&c.*

Cum quantitatibus æquationis secundæ, eodem modo operatione instituta, æquè etiam feliciter succedet.

EXEMPLVM DVODECIMVM.

Duobus numeris inæqualibus, 34 & 30 datis, propositum est, maiorem in duas portiones ita diuidere, vt inter eas medietas minoris sit medio loco proportionalis. vel, quod idem est, vt quis sub portionibus, vna cum altera multiplicata, continetur numerus, æqualis sit quartæ parti quadrati, numeri minoris.

Facit 25. & 9.

OPERATIO.

Maior	*Minor*	*Medietas minoris*
34	30	15

Quantitates ex hypothesi proportionales

ra. 15 34 N — 1 *ra.*
quare 34 *ra.* — 1 *pri. æqua.* 225 N *&ca.*

ALIA HVIVS DIVISIONIS EXEMPLA.

Numeri propositi maior,	*minor*	*Medietas minoris*	*Partes diuisionis*	
117	108	54	81	36
65	56	28	49	16
49	27	$13\frac{1}{2}$	$24\frac{1}{2}$ + $\sqrt{418}$	$24\frac{1}{2}$ — $\sqrt{418}$
30	18	9.	27	3
25	24	12	16	9
13	12	6	9	4
5	4	2	4	1
$8\frac{1}{3}$	8	4	$5\frac{1}{3}$	3
$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{8}$ + $\sqrt{\frac{27}{576}}$	$\frac{3}{8}$ — $\sqrt{\frac{27}{576}}$

Posuimus huius diuisionis exempla plura, cum eorum vsus in decimo Euclidis libro requiratur.

NVNC PRO RADICIBVS BINOMIORVM ET RESIDVORVM INVENIENDIS, CVM

eadem sit illas eliciendi, quae est propositae diuisionis, operatio, vnum atq; alterum exemplum subijciemus.

Sit Binomium ra. 448 + 14, *vel residuum ra.* 448 — 14, *atq; propositum, radicem eius quadratam elicere.*

OPERATIO.

Duae huius Binomij vel residui portiones, seu nomina inaequalia,

maius   *minus*   *medietas, mi.*

sunt ra. 448 & 14, *atq;* 7.

Quantitates proportionales,

1 *radix*   7   ✓ 448 N — 1 *ra.*

Facta multiplicatione, venit

✓ 448 *radicum* — 1 *pri.*   *aequa.*   49 N

Vel, ex communi illa notitia, Si aequalibus aequalia addantur,

✓ 448 *radi.*   *aequa.*   1 *pri.* + 49 N.

Est autem exemplum canonis tertij aequationis secundae, atq; eius solutio, vt sequitur.

Numerus characteris medij ✓ 448, *huius dimidium* ✓ 112, *dimidij verò huius quadratum* 112, *minus* 49, *manent* 63, *cuius radix quadrata,* ✓ 63, *de medietate radicum,* ✓ 112, *subtracta, vel ei addita, colligitur hic quidem* ✓ 343, *vna desideratae radicis portio, manet verò illic* ✓ 7, *portio altera. Et quia est Binomium propositum, per radices portionum aggregatas, vt* ✓ 343 + ✓ 7, *Binomij, vel, quia est residuum propositum: per id quòd relinquitur, postquam minoris radix de radice portionis maioris subtracta est, nimirum* ✓ 343 — ✓ 7, *residui propositi radix indicabitur, id quod examinari poterit.*

SEQVVNTVR HVIVS REI DVO EXEMPLA

alia, vnum quidem pro Binomio tertio, alterum verò pro sexto residuo expositum.

Binomium tertium   ✓ 448 + ✓ 336

Maius   *minus nomen*   *Minoris me.*

✓ 448   ✓ 336   ✓ 84

Quantitates proportionales

1 *radix*   ✓ 84   ✓ 448 N — 1 *radice.*

Facta multiplicatione, venit vltimò

$\sqrt{448}$ *radicum æqua.* 84 N + 1 *pri.*

$\sqrt{112}$ *in se,* 112, *minus* 84, *manent* 28. *Huius radix quadrata,* $\sqrt{28}$, *de* $\sqrt{112}$ *subtracta, vel ad* $\sqrt{112}$ *addita, manet* $\sqrt{28}$, *vel venit* $\sqrt{252}$. *Harũ partium radices simul iuncta, vt* $\sqrt{252} + \sqrt{28}$. *Binomij, radice verò vnius de alterius portionis radice subtracta per id quod relinquitur, nimirũ* $\sqrt{252} - \sqrt{28}$, *Residui propositi radix indicabitur.*

Residuum sextum $\sqrt{448} - \sqrt{352}$

Maius	*minus nomen*	*Minoris medietas*
$\sqrt{448}$	$\sqrt{352}$	$\sqrt{88}$

Quantitates proportionales,

1 *radix* $\sqrt{88}$ $\sqrt{448}$N — 1 *ra.*

Facta multiplicatione, venit vltimò

$\sqrt{448}$ *radicum æqua.* 88N + 1 *pri.*

atq; partes deinde,

maior quidem	*minor verò*
$\sqrt{112} + \sqrt{24}$	$\sqrt{112} - \sqrt{24}$

Totius tandem Residui radix,

Radix Binomij $\sqrt{112} + \sqrt{24}$ *minus ra. residui* $\sqrt{112} - \sqrt{24}$

Nominis verò contrariũ, Binomij scilicet, radix est radix vtriusq;, hoc est,

& Binomij $\sqrt{112} + \sqrt{24}$, *atq; etiam residui* $\sqrt{112} - \sqrt{24}$.

EXEMPLVM DECIMVM TERTIVM.

Diuidantur 10 *in duas portiones, quarum vna cum altera multiplicata,* 15, 20, 24, 1 *vel* $\frac{3}{4}$, *&c. producuntur.*

Facit ratione numeri

	maior	*minor portio*
15,	$5 + \sqrt{10}$	$5 - \sqrt{10}$
20,	$5 + \sqrt{5}$	$5 - \sqrt{5}$
24,	6	4
1,	$5 + \sqrt{24}$	$5 - \sqrt{24}$
$\frac{3}{4}$.	$5 + \sqrt{24\frac{1}{4}}$	$5 - \sqrt{24\frac{1}{4}}$

OPERATIO.

Sit 1 *radix, vna,* & 10N — 1 *ra. altera portio.*

Et veniunt facta multiplicatione,

10 *ra.* — 1 *pri. æqua.* 15, 20, 24, *&c.* N.

Decimumquartum. *Sint tres numeri, & esto quòd primus cum 6, secundi* $\frac{2}{3}$: *secundus verò cum 4, ipsum tertium bis, & eius* $\frac{2}{4}$: *ac tertius deinde minus 9, primi numeri tres quartas contineat, quæratur de numeris.*

	Primus	*secundus*	*tertius*
Facit	$48\frac{2}{3}$	$81\frac{1}{2}$	38

OPERATIO.

$$1\ ra.\ \text{Pri.}\qquad \frac{3\ ra. + 81\,N}{2}\ \text{secund,}\qquad \frac{6\ ra. + 52\,N}{9}\ \text{Ter.}$$

$$\text{quare}\ \frac{6\ ra. - 29\,N}{9}\ \text{æqua.}\ \frac{3}{5}\ ra.$$

Decimumquintum. *Detur numerus quadratus, cuius radicis quadruplo 21 additu, quod inde colligitur, ad ipsum quadratum se habeat in ratione* $3\frac{2}{3}$ *vel* $2\frac{1}{4}$, *vel æqualitatis, &c. quæritur.*

Facit 9, *vel* $10\frac{74}{81} + \surd\, 31\frac{6529}{6561}$, *vel* 49.

OPERATIO.

1 *radix* 1 *pri.* 4 *ra.* + 21 N.

Proportionalitates.

$$4\ ra. + 21\,N\ \ ad\ \ 1\ pri.\ \ vt\ \begin{cases} 11 \\ 9 \\ 1 \end{cases}\ ad\ \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 1. \end{matrix}$$

Multiplicatione facta, veniunt

$$\begin{matrix} 12\ ra. + 63\,N \\ 16\ ra. + 84\,N \\ 4\ ra. + 21\,N \end{matrix}\quad \text{æquales}\quad \begin{cases} 11\ pri. \\ 9\ pri. \\ 1\ pri. \end{cases}\ \&c.$$

SEQVITVR HVIVS EXEMPLI EXAMEN.

Sumatur ad examinandum numerus secundus.

$$10\frac{74}{81} \quad + \quad \surd\, 31\frac{6529}{6561}$$

Huius radix quadrata, $\surd\,\frac{820}{81} + \frac{8}{9}$ *quater sumpta, venit* $\surd\, 161\frac{79}{81} + 3\frac{5}{9}$. *Additu* 21, *colliguntur* $\surd\, 161\frac{79}{81} + 24\frac{5}{9}$. *Et quoniam hæc summa ad ipsum quadratum,* $10\frac{74}{81} + \surd\, 31\frac{6529}{6561}$, *se, vt positum est, habere debet, sicut 9 ad 4. Facta igitur multiplicatione primæ cum quarta, secũdæ deinde cum quantitate vel numero tertio, cũ idem numerus, nimirũ,* $\surd\, 2591\frac{49}{81} + 98\frac{2}{9}$, *vtrinque producatur: quòd hoc inuento numero, exemplo satisfactum sit, ex posteriori parte propositionis decimæ sextæ sexti Euclidis tãdem infertur. Vel, facta igitur diuisione vtriusque antecedentis in suum con-*

sequens, cum æquales inter se sint numeri exeuntes: similes etiam rationis numeros, summam scilicet, quadratum, 9 & 4 esse constabit. Est autem communis exiens $2\frac{1}{4}$.

Decimumsextum. Sunt tres numeri, primus quidem ad ipsum tertium, triplus: secundus verò ad eundem tertium, vt 3 ad 4. Quoniam autem 6 de primo subtractis, tribus verò secundo numero additis, ac residuo deinde cum collecto multiplicato, nouencuplus, vel quadruplus sesquitertius, ad tertium numerum producitur. Quanti igitur illi tres numeri singuli ... sint, in dubium venit.

Facit, quantum ad rationem

	Primus	*secundus*	*tertius,*
... ten.	12	3	4
$4\frac{1}{3}$ *verò,*	$\surd \frac{5833}{81} - \frac{2}{9}$,	$\surd \frac{5833}{1296} - \frac{1}{12}$,	$\surd \frac{5833}{729} - \frac{1}{27}$

OPERATIO.

Primus 1 *ra.* 1 *ra.* — 6 N *residuum*
secūdus $\frac{1}{4}$ *ra.* $\frac{1}{4}$ *ra.* + 3 N *collectum*
tertius $\frac{1}{3}$ *ra.* *Facta multiplicatione,*
producitur $\frac{1}{4}$ *pri.* + $1\frac{1}{2}$ *ra.* — 18 N *æqua.* 3 *vel* $1\frac{4}{9}$ *ra.*

Et vltimò tandem in integris

1 *pri.* *æquales* 6 *ra.* + 72 N.
9 *pri.* + 2 *ra.* *æquales* 648 N.

Quare radicis valor, & primus numerus 12. *vel* $\surd 72 \frac{1}{81} - \frac{2}{9}$ *vt dictum est. Secundum porrò & tertium dat ipsa positionis solutio.*

SEQVITVR ALIA HVIVS EXEMPLI POSITIO.

Primus 4 4 *ra.* — 6 N *residuum*
secundus 1 *ra.* 1 *ra.* + 3 N *collectum*
tertius $1\frac{1}{3}$ *ra.*

Facta multiplicatione, veniunt vltimò

4 *pri.* *æquales* 6 *ra.* + 18 N
4 *pri.* + $\frac{2}{9}$ *ra.* *æquales* 18 N

ADHVC ALIA POSITIO.

Primus 3 3 *ra.* — 6 N *residuum*
secun. $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ *ra.* + 3 N *collectum*
tertius 1 *ra.* *Facta multiplicatione, veniunt vltimò,*
$2\frac{1}{4}$ *pri.* *æquales* $4\frac{1}{2}$ *ra.* + 18 N
$2\frac{1}{4}$ *pri.* + $\frac{2}{6}$ *ra.* *æquales* 18 N

SEQVITVR NVNC OPERATIONIS EXAMEN.

Sumantur ad examinandum numeri inuenti secundò, qui sunt

$\sqrt{\frac{5833}{81}} - \frac{1}{9}$, $\sqrt{\frac{5833}{1296}} - \frac{1}{36}$, $\sqrt{\frac{5833}{729}} - \frac{1}{27}$

Primò diuidatur numerus primus in 3, vel si placet, multiplicetur tertius cum 3: & apparebit, primum numerum ad tertium triplum esse, id quod est ex hypothesibus primum. Quærantur deinde tres quartæ tertij, vel ad ipsum secundum addatur sui vna tertia. Et quoniam hic, tertius: illic verò, numerus secundus apparet. & id quod in exemplo dicitur, nimirum, secundum ad tertium tres quartas esse, apparebit. Subtrahantur vltimò 6 de primo, 3 verò ad secundum numerum addantur. Et quoniam residuo cum collecto, tertio deinde numero cum $4\frac{1}{2}$ *multiplicato, æquales numeri producuntur, cum sic tandem omnes exempli hypotheses hi numeri habeant, eos veros esse nemo dubitet.*

DECIMVMSEPTIMVM.

Desideratur quadratus numerus, cuius $\frac{2}{3}$ *ductæ in se, producant duodecuplum radicis, vel radicis vigincuplum.*

Facit 9, *vel ra. cubica* 2025.

OPERATIO.

1 *ra.* 1 *pri.* $\frac{2}{3}$ *pri. in se, producuntur* $\frac{4}{9}$ *tertiæ quantitatis æqua.* 12 *vel* 20 *radicibus.*

Decimumoctauum $\frac{1}{14}$ *quadrati ducta in se, producit triplum, septencuplum radicis, quæritur &c.*

Facit	*numerus*	12	*vel*	√√ 4032
	quadra.	144		√√ 16257024

Examen numeri secundi.

Numerus vel quadrati radix est	√√ 4032,
quadratum verò ipsum	√√ 16257024
Porrò huius quadrati $\frac{1}{14}$ *pars*	√√ 1176
in se multiplicata, producuntur	√√ 1382976.

Atque tantundem etiam producitur, ipsa radice, √√ 4032, *cum 7 multiplicata. Quare bene operatum.*

Decimumnonum. Sunt duo numeri. Quoniam autem quadratum prioris ad posteriorem, $1\frac{1}{3}$ *posterioris contrà ad numerum priorem* $4\frac{1}{2}$ *rationem constituit, quinam illi duo numeri sint, quæritur.*

Facit, 2: *numerus prior,* 3 *verò posterior.*

VICESIMVM.

Numerus 12 in duo diuisus est,
Quoniam autem ex multiplicatione totius cum differentia, & minoris quadrato: 64 colliguntur, Vel,
Quoniam autem ex multiplicatione totius cum differentia, & maioris quadrato: 112 colliguntur, Vel,
Quoniam autem quadrata partiũ, & quod ex multiplicatione totius cum differentia colligitur: 128 constituunt, Vel,
Quoniam autẽ hæc duo simul, quod scilicet ex multiplicatione totius cum differentia, quódq; ex vna parte cum altera multiplicata producitur. 80 constituunt, &c.

Partes diuisionis quantæ erunt? Facit 8 & 4

OPERATIO.

Totus numerus 12

1 *ra. maior*	*vel*	1 *ra. minor*
12 N — 1 *ra. mi.*		12 N — 1 *ra. ma.*
2 *ra.* — 12 N *differentia.*		12 N — 2 *ra. diffe.*
Productũ ex toto cũ diff. 24 *ra.* — 144 N.		144 N — 24 *ra.*
Minoris quadr. 144 N + 1 *pri.* — 24 *ra.*		1 *pri.*
Maioris quad. 1 *pri.*		144 N + 1 *pri.* — 24 *ra.*
Prod. ex vna parte, cũ altera multiplicata,		12 *ra.* — 1 *pri.*

Aequationes,

Prima	*vel*
1 *pri. æqua.* 64 N	1 *pri.* + 80 N *æqua.* 24 *ra.*
Secunda	*vel*
1 *pri.* + 24 *ra. æ.* 256 N.	1 *pri.* + 176 N *æqua.* 48 *ra.*
Tertia	*vel*
1 *pri. æqua.* 64 N	1 *pri.* + 80 N *æqua.* 24 *ra*
Quarta	*vel*
1 *pri.* + 224 N *æqua.* 36 N	1 *pri.* + 12 *ra. æqua.* 64 N

ARITHMETICA

ARITHMETICA PROBLEMATA EX PRIMO LIB. GRAECORVM EPIGRAM.

Πρώτη.

Παλλὰς ἐγὼ πλέιη σφυρήλατος, αὐτὰρ ὁ χρυσὸς
Αἰζηῶν πέλεται δῶρον ἀοιδοπόλων.
Ἥμισυ μὲν χρυσοῖο Χαρίσιος, ὀγδοάτην δὲ
Θέσπις, καὶ δεκάτην μοῖραν ἔθηκε Σόλων.
Αὐτὰρ ἐεικοστὴν Θεμίσων, τὰ δὲ λοιπὰ τάλαντα
Ἐννέα, καὶ τέχνη, δῶρον Ἀριστοδίκου.

DE PALLADIS STATVA, QVOTNAM *illa auri talenta appendit.*

Pallas ego sum, malleo hunc in modum fabrefacta: sed aurum munus est iuuenum, qui in studio versantur poetices. dimidium quidem auri partem contulit Charisius, octauam verò Thespis, decimam debinc Solon, & vigesimam Themison. Reliqua autem nouem & mercedem item quæ artifici debebatur pro opera, contulit Aristodicus.

Quæstio hinc oritur de toto ipsius statuæ pondere.

Facit 40 *talen.*

Quantum etiam auri ad hanc fabricandam singuli tribuerint.

Facit — *Charisius* 20, *Thespis* 5; *Solon* 4, *Themison* 2 *talenta.*

Præterea 9 talenta reliqua, vt ponitur, munus est Aristodici.

OPERATIO.

Ponatur pondus auri,

fuisse, 1 *radix talentorum*

cuius { *Charisius* $\frac{1}{2}$ *ra.*, *Thespis* $\frac{1}{8}$ *ra.*, *Solon* $\frac{1}{10}$ *ra.*, *Themison* $\frac{1}{20}$ *ra.*, *Aristodicus* 9 *talenta.* } *dedit*

Summa partium & 9 talentorum,

sunt $\frac{33}{40}$ *ra.* + 9 N, *æquales radici positæ.*

Est prima æquatio, hinc radicis valor, pondus scilicet auri, 40 talentorum. Porrò quantum singuli, ad hanc statuam extruendam, contulerint, ex ipsa positionis solutione, iuxta radicis valorem, facilè cognoscitur.

Δεύτερον.

Αὐγείην ἐρέεινε μέγα σθένος Ἀλκείδαο,
Πληθὺν βουκολίων διζήμενος, ὃς δ' ἀπάμειπτο,
Ἀμφὶ μὲν Ἀλφειοῖο ῥοὰς φίλος ἥμισυ τῶνδε,
Μοίρῃ δ' ὀγδοάτῃ ὄχθον Κρόνου ἀμφινέμονται.
Δωδεκάτῃ δ' ἀπάνευθε Ταραξίπποιο παρ' οὖρον,
Ἀμφὶ δ' ἄρ' Ἤλιδα δῖαν ἐεικοστῇ νεμέθονται.
Αὐτὰρ ἐν Ἀρκαδίῃ τριηκοστὴν προλέλοιπα,
Λοιπὰς δ' αὖ λεύσσεις ἀγέλας τόδε πεντήκοντα.

DE AVGEAE ARMENTIS, QVOTNAM boues fuerint.

Augeam interrogauit generosus Hercules, de multitudine armentorum. cui ille respondit. Media horum pars, amice, circa fluuium Alpheum pascitur: octaua autem, circa Saturni collem. Cæterum duodecima, procul hinc iuxta loca Taraxippi extrema: at vigesima eorum pars, circa Elidem pascitur: trigesimam verò in Arcadia ego reliqui: reliqua autem, quinquaginta numero armenta, videas ipse. *Quæritur:*

Facit 240.

OPERATIO.

	Ponatur boues fuisse	1 radix	
circa	*Alpheum igitur fluuium sunt*	$\frac{1}{2}$	ra.
circa	*collem Saturni*	$\frac{1}{8}$	
iuxta	*Taraxippi extremum*	$\frac{1}{12}$	
circa	*Elidem montem*	$\frac{1}{20}$	
in	*Arcadia*	$\frac{1}{30}$	

Summa partium vnà cum 50 *bobus*
sunt $\frac{19}{24}$ *ra* + 50 N *æqua.* *radici positæ.*

Est prima æquatio, atq; radicis valor, armentorũ scilicet numerus, 240.

Porò quot nunc in singulis locis vagentur boues, quiuis ex positionis solutione facilè cognoscet.

Τρίτον.

Χάλκεός εἰμι λέων, κρουνοὶ δέ μοι ὄμματα δοιὰ
Καὶ στόμα ζωὸ δὲ θέναρ δεξιτεροῖο ποδός.
Πλήθει δὲ κρατῆρα δύ' ἤμασι δεξιὸν ὄμμα,
Καὶ λαιὸν τρισσοῖς, καὶ πισύροισι θέναρ.
Ἄρκιον ἐξ ὥρῃσι πλῆσαι στόμα, σὺν δ' ἅμα πάντα,
Καὶ στόμα, καὶ γλῆναι, καὶ θέναρ, εἰπὲ πόσον;

LEONIS CANALES.

Aeneus ego sum Leo, canales verò mihi sunt oculi duo, & os cum palma dextri pedis. Implent autem craterem eundem dexter quidem oculus, duobus: sinister verò, tribus diebus: & quatuor, palma. Porrò sex horis, os implere eum potest. Hæc igitur simul omnia, & os & oculi & palma, dic quanto tempore eundem craterem impleant?

Facit $\frac{12}{61}$ diei, vel 4 horis $\frac{44}{61}$ &c.

OPERATIO.

		dies		horæ
Oculus	dexter	2	vel	48
	sinister	3		72
	Palma	4		96
	Os	$\frac{1}{4}$		6

Ponatur tẽpus, intra quod omnes canales simul aqua fluentes craterem impleant, quòd sit vna radix, vel dies, vel horarum, atq; dicatur

dies		horæ		die.			horarum
2	vel	48		$\frac{1}{2}$	ra.	vel	$\frac{1}{48}$
3		72	dant 1 impletionem,	$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{72}$
4		96	quid 1 ra. Facit	$\frac{1}{4}$			$\frac{1}{96}$
$\frac{1}{4}$		6		4			$\frac{1}{6}$
			Summa partium	$5\frac{1}{12}$		vel	$\frac{61}{288}$

Quare $5\frac{1}{12}$ ra. dierum vel $\frac{61}{288}$ ra. horarum radici positæ hoc est, 1 N, æqualis.

Est prima æquatio, atque radicis valor vt suprà positum, quod probari potest.

Τέταρτον.

Ἄμφω μὲν ἡμεῖς εἴκοσι μνᾶς ἕλκομεν,
Ζῆθός τε χ' ὡ ξύναιμος, ἢν δὲ μοῦ λάβῃς
Τρίτον, τὸ τέτρατόν τε τοῦδ' Ἀμφίονος
Ἓξ πάντ' ἀνευρὼν, μητρὸς εὑρήσεις σταθμόν.

DE STATVIS ZETHI, AMPHIONIS ac matris ipsorum Antiopes.

Ambo quidem nos viginti minas appendimus, Zethus pariter & meus consanguineus. At si de mea, tertiam: Amphionis verò, quartam partem sumpseris, sex in summa inuentis, matris pondus inuenes.

Quanti igitur nunc ponderis & Zethi & Amphionis statuæ fuerit, quæritur.

Facit Zethi quidem 12 *Amphionis verò* 8 *mnarum.*
Antiope autẽ mater, vt habet hypothesis, pondus obtinet 6 *mnarum.*

OPERATIO.

Zethus	20 *mi.*	1 *ra.*	*vel*	20 N — 1 *ra*
Amphion		20 N — 1 *ra.*		1 *ra.*

Collectis nunc partibus veniunt

vel $5 N + \frac{3}{12}$ *ra.* *vel* $6\frac{2}{3} N - \frac{3}{12}$ *ra.* *æquales* 6 N *&c.*

Vltimò tandem per cõmunes notitias, Si ab æqualibus æqualia &c,
Si item æqualibus æqualia,

$\frac{3}{12}$ *ra.* *æquales* 1 N *vel* $\frac{2}{3}$ N *æquales* $\frac{2}{12}$ *ra.*

Εὐκλείδου Γεωμετρικόν.

Ἡμίονος καὶ ὄνος φορέουσαι οἶνον ἔβαινον,
Αὐτὰρ ὄνος στενάχιζεν ἐπ' ἄχθεϊ φόρτου ἑοῖο.
Τὴν δὲ βαρυστενάχουσαν ἰδοῦσ' ἤρετο κείνη·
Μῆτερ τί κλαίουσ' ὀλοφύρεαι ἠΰτε κούρη,
Εἰ μέτρον ἕν μοι δοίης· διπλάσιον σέθεν ἦρα.
Εἰ δὲ ἓν ἀντιλάβοις, πάντως ἰσότητα φυλάξεις.
Εἰπὲ τὸ μέτρον ἄριστε Γεωμετρίης ἐπίστωρ.

EVCLIDIS GEOMETRICVM.

Ibant mulus & asina vinum portantes, asina autem ex dolore ponderis sui ingemiscebat. Qua re visa, mulus grauiter ingemiscentem asinam sic interrogauit: Mater, cur ita lamentaris, cur puellæ instar lachrymas fundis? Mensuram mihi vnam si dederis, duplo quàm tu plus sustuleto: sin verò tu à me vnam acceperis, idem planè quod ego pondus feres. Mensuram itaque peritissime Geometer dicas volo.

Facit Muli pondus, 7: *Asinæ verò tantùm* 5 *mensurarum.*

OPERATIO.

Mulus	1 *ra.*		*Mulus*	1 *ra.* + 2 N
Asina	1 *ra.* + 3 N	*vel*	*Asina*	1 *ra.*
	2			

Et veniunt tandem

1 *ra.* + 5 N *æqua.* 1 *ra.* — 1 N *Vel* 1 *ra.* + 3 N *æqua.* 2 *ra.* — 2 N.

Hactenus ex Græcis epigrammatibus.

SEQVITVR EXEMPLVM IN ORDINE *vicesimum primum.*

Est qui peregrinationem instituit hoc modo, vt videlicet plures abesse dies nolit, quàm aureos secum domo efferat. eo nimirum consilio, vt si fortè minus prosperè cedat, in singulos dies singuli suppetant ipsi aurei Et quoniã Mercurio duce, singulis diebus tot aurei accedunt illi, quot eo mane cum domo egrederetur, habuerat, tandem reuersus domum ac numerãs pecuniam, 52 *aureos &* $\frac{1}{2}$, *vel* 63 *inuenit. Quæritur ergo, quot initio profectionis aureos habuerit.*

Facit $\left\{ \begin{array}{l} 3 \ \& \ \textit{dodrantem} \\ 3 \ \& \ \sqrt{8\frac{7}{8}} - 2. \end{array} \right.$

EXPLICATIO.

Si commune & vulgi quispiam in huius exempli computatione iudicium sequi voluerit, inueniet certe, quarto die hominem illum reuertentem domũ, non integros quatuor aureos habuisse antequam iter ingrederetur. & tertio die idem si reuerti dicatur, tres aureos in ea summa quam primo die secum tulerat desiderari Et quia plus tribus, minus autem quàm quatuor aureos secum primo die habuit, ponendum igitur, quòd vltra 3 aureos adhuc 1 *radicem, hoc est, in summa,* 3 N + 1 *ra. aureorum habuerit Et quoniam, iuxta exempli hypothesim, tot dierum iter confecit, atq; singulis diebus, & id ex hypothesi, illam quam tunc secum habet pecuniam, duplicauit: tertio tãdem finito die domum rediens,* 24 N + 8 *ra. aureorum habet, quod est notandum.*

Rursum quandoquidem quartum quoq; diem non integrũ, sed eius partem tantum aliquam, nimirum 1 *radicem positam, perambulat: non igitur* 24 N + 8 *ra. aureorum, sed huius summæ partem proportionalem illa radice dierum acquirit. quare dicendum,*

dies		*aureorum*	*dies*
1	*integer acquirit*	24 N + 8 *ra.*	*quid* 1 *ra.*

Facit 24 *ra.* + 8 *pri.* *Quæ nunc, si pecuniæ tertiæ dies addita fuerint, veniunt*

8 *primæ* + 32 *ra.* + 24 N, *æqua.* $\left\{ \begin{array}{l} 52\frac{1}{2} \\ 63 \end{array} \right.$ N. *&ca.*

Radicis igitur valor, facta operatione æquationi conueniens. dodrans, vel $\sqrt{8\frac{7}{8}}$ — 2 *aurei erunt. Tres igitur aureos & dodrantem, vel* 3

N *in*

aureos & $\surd\, 8\tfrac{7}{8}$ — 2 aure initio profectionis habuit. Atque tot etiam dierum iter confecit, quod nunc probari potest.

Instituatur probari seu examinari numerus irrationalis

$$3 \text{ plus } \surd\, 8\tfrac{7}{8} - 2$$

Numerus aureorum quos primò ille habuit, sunt 3 *plus* $\surd\, 8\tfrac{7}{8} - 2$

Atq; tot etiam diebus peregrè profectus fuit

3	*plus*	$\surd$ $8\tfrac{7}{8}$	—	2	*Initio profectionis.*	
				bis		
6	*plus*	$\surd$ $35\tfrac{1}{2}$	—	4	*primi*	*dies aurei*
				bis		
12	*plus*	$\surd$ 142	—	8	*secundi*	
				bis		
24	*plus*	$\surd$ 568	—	16	*tertij*	

Iam dicendum

die inte. *aurei* *die.*

1 *acquiruntur* 24 *plus* $\surd\, 568 - 16$, *quid* $\surd\, 8\tfrac{7}{8} - 2$,

Facit, vt quidem sequenti multiplicatione

ostendetur $55 - \surd\, 568$.

Quibus summa, vel aurei, quos tertio die noctu secum tulerat, vt sequitur, additi, 63 aurei colliguntur, quod erat ostendendum.

SEQVITVR MVLTIPLICATIO.

24 *plus*	$\surd$ 568	—	16	
	$\surd$ $8\tfrac{7}{8}$	—	2	
— 48	+ 71	+	32	
+ $\surd$ 5112	— $\surd$		2272	
	— $\surd$		2272	
55	— $\surd$		568	

SEQVITVR ADDITIO.

24 *plus*	$\surd$ 568	—	16
	55	—	$\surd$ 568
Summa	63	*aurei, vt suprà.*	

Alia additio, quæ in hoc exemplo locum habet.

+ *ra.*	5112	*ad*	— *ra.*	9088
4	1278			2272
2	639			1136
71	9			16
	+ 3			— 4

— 1 *quater*

— 4 *bis*

— 8 *septuagies semel*

— 567

Summa radicum — $\sqrt{567}$ *&c.*

EXEMPLVM VIGESIMVM SECVNDVM.

Quidam certa aureorum summa negociatus, huius trientem, vno aureo & $1\frac{1}{2}$ minus, lucratus est. quare deinde cum sorte & lucro negocians, huius alteram partem. plus 8 aureis lucratur. Id nunc tertiò faciens, similem, aut meliorem fortè, fortunam speraturus, eius quod habet iacturā facit in quadrante. Vel si placet, eius quod habet quadrantem lucrifacit. Quia autem nunc retentam cum numeret pecuniam, vel aureos, inuenit, hic quidem 232 plus $\frac{3}{16}$, illic verò 100 — $\frac{5}{16}$, quaritur quótnā aureos ipse primò habuerit.

Facit, quantum ad { *Iacturam quidem* 63 *aure. & dodrantem* / *Lucrum verò* 90 *aureos.* }

OPERATIO.

Ponatur				1		*radix, quam primò habuit,*
quare	$\frac{1}{3}$	*ra.*	—	$1\frac{1}{2}$	N,	*Id quod lucratur primò*
atq; sic	$1\frac{1}{3}$	*ra.*	—	$1\frac{1}{2}$	N	*Sors & lucrum simul*
Huius $\frac{1}{2}$,	$\frac{2}{3}$	*ra.*	—	$\frac{3}{4}$	N	*Lucrum*
			+	8		*Lucrum & id*
	$\frac{2}{3}$	*ra.*	+	$7\frac{1}{4}$	N	*quod lucratur secundò*
	2	*ra.*	+	$5\frac{3}{4}$	N	*Sors & lucrum simul*
Huius $\frac{1}{4}$,	$\frac{1}{2}$	*ra.*	+	$1\frac{7}{16}$	N	*Iactura vel lucrum*
manent	$1\frac{1}{2}$	*ra.*	+	$4\frac{5}{16}$	N	*aequa.* 100 — $\frac{5}{16}$ N
vel ven.	$2\frac{1}{2}$	*ra.*	+	$7\frac{3}{16}$	N	*aequa.* 232 + $\frac{3}{16}$ N *&c.*

23 *Sit vnus numerus notus, nimirum 28, 63 vel 42, quatuor deinde alij ignoti: & esto quod ignotorum primus cum reliquorum trium altera parte, secundus verò cum reliquorum tertia parte, tertius autem cum reliquorum quarta, ac quartus deinde cum reliquorum parte quinta, ipsum notum positum aequent: Quaeritur de numeris ignotis.*

Facit ratione numeri

		Primus	*secundus*	*tertius*	*quartus numerus.*
28	$\frac{18}{37}$	$14\frac{14}{37}$	$18\frac{14}{37}$	$21\frac{7}{37}$	
63	$1\frac{26}{37}$	$32\frac{13}{37}$	$42\frac{13}{37}$	$47\frac{25}{37}$	
42	$1\frac{5}{37}$	$21\frac{22}{37}$	$28\frac{14}{37}$	$31\frac{19}{37}$	

SEQVITVR HVIVS EXEMPLI EXAMEN.

Sumantur ad examinandum numeri primi,

qui sunt $\frac{28}{37}$, $14\frac{24}{37}$ $18\frac{34}{37}$ $21\frac{7}{37}$ & 28

Numerus		Partes requisitæ				
primus	$\frac{28}{37}$	$7\frac{7}{37}$	$9\frac{17}{37}$	$10\frac{22}{37}$	*Summæ singulorum cum suis partibus,*	*æquales*
secun.	$14\frac{24}{37}$	$6\frac{14}{111}$	$7\frac{7}{111}$	$\frac{18}{111}$		28
tertius	$18\frac{34}{37}$	$5\frac{22}{37}$	$\frac{7}{37}$	$3\frac{11}{37}$		
quar.	$21\frac{7}{37}$	$\frac{28}{185}$	$2\frac{161}{185}$	$3\frac{19}{37}$		

EXEMPLVM VLTIMVM, ET SIMILE *præcedenti.*

Fundus quidam inscribitur 375 coronatis, quod vbi vnus rescivit, ipsius autem fortunæ multo minores quàm vt eum emere possit, re igitur infecta, discedit. Hoc idem & alij cuidam, ac deinde etiam tertio accidit. Veruntamen si is qui primo loco fundum est licitatus, dimidiam pecuniæ partem à reliquis is verò qui secundo, dodrãtem à reliquis: is autem qui tertio, bessem à reliquis acciperet, singulorum tandem pecuniæ eo modo aucta, sufficerent ad emendum fundum. Quare nunc quæstio oritur, quot coronatos seorsim quisq; habuerit. *Facit*

Primus	Secundus	Tertius.
$267\frac{6}{7}$	$53\frac{4}{7}$	$160\frac{5}{7}$.

Quod examinari poterit.

Et hæc quidem sunt optime Lector, quæ paucis tibi pro Regularum Algebræ declaratione communicare voluimus. Cæterum qui plura requirit, his nunc instructus, ab alijs harum regularum scriptoribus petat.

Excudebat Lutetiæ Parisiorum, Benedictus Preuotius Typographus, in vico Frementello, sub insigni stellæ aureæ.

1551